

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris

pour obtenir

le titre d'Ingénieur-Docteur

par

Paul CHAMBADAL

Ingénieur de l'Université de Gand
Lauréat du Prix International Jules Boulvin
et du Prix Meyer de la Société des Ingénieurs Civils de France
Ingénieur à l'Union d'Electricité

PREMIÈRE THÈSE: Les transformations thermodynamiques des fluides compressibles dans les turbomachines.

DEUXIÈME THÈSE: Propositions données par la Faculté.

10 JUL. 1939

Soutenues le juillet 1939, devant la Commission d'examen

MM. BRUHAT *Président*

BÉGHIN }
VILLEY } *Examineurs*

CHALEUR ET INDUSTRIE

5, rue Michel-Ange, 5
PARIS (XVI^e)

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris

pour obtenir

le titre d'Ingénieur-Docteur

par

Paul CHAMBADAL

Ingénieur de l'Université de Gand
Lauréat du Prix International Jules Boulvin
et du Prix Meyer de la Société des Ingénieurs Civils de France
Ingénieur à l'Union d'Électricité

PREMIÈRE THÈSE: Les transformations thermodynamiques des fluides compressibles dans les turbomachines.

DEUXIÈME THÈSE: Propositions données par la Faculté.

Soutenues le juillet 1939 devant la Commission d'Examen

MM. BRUHAT *Président*

BÉGHIN } *Examineurs*
VILLEY }

CHALEUR ET INDUSTRIE

5, rue Michel-Ange, 5

PARIS (XVI^e)



FACULTÉ DE SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen honoraire..... M. MOLLIARD.
Doyen..... G. MAURAIN, Professeur, Physique du Globe.

Professeurs honoraires	H. LEBESGUE.	DANGEARD.	G. BERTRAND.
	Émile PICARD.	LESPIEAU.	ABRAHAM.
	Léon BRILLOUIN.	MARCHIS.	Ch. FABRY.
	GUILLET.	VESSIOT.	Léon BERTRAND.
	PÉCHARD.	PORTIER.	WINTREBERT.
	FREUNDLER.	MOLLIARD.	DUBOSCQ.
	AUGER.	LAPICQUE.	BOHN.
			RABAUD.

PROFESSEURS

GAULLERY (M.)	T	Zoologie (Evolution des êtres organisés).	FOCH	Mécanique expérimentale des fluides.
BOREL (Emile).....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	PAUTHENIER.....	Physique (P. C. B.).
PERRIN (Jean).....	T	Chimie physique.	DE BROGLIE	T Théories physiques.
CARTAN (E.)	T	Géométrie supérieure.	CHRETIEN	Optique appliquée.
COTTON (A.)	T	Recherches physiques.	JOB (P.)	Chimie générale.
DRACH (J.)	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	LABROUSTE	Physique du Globe.
PEREZ (Charles)	T	Zoologie.	PRENANT	T Anatomie et Histologie comparées.
GUICHARD (M.)	T	Analyse et mesures chimiques.	VILLEY	Mécanique physique et expérimentale.
MONTEL (Paul)	T	Théorie des fonctions et Théorie des transformations.	COMBES	T Physiologie végétale.
BLARINGHEM (L.) .	T	Botanique.	GARNIER.....	T Mathématiques générales.
JULIA (G.)	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	PERES.....	Mécanique théorique des fluides.
MAUGUIN (C.)	T	Minéralogie.	HACKSPILL	T Chimie minérale.
MICHEL-LEVY (A.)..	T	Pétrographie.	LAUGIER.....	T Physiologie générale.
N		Mécanique expérimentale des fluides.	TOUSSAINT	T Technique Aéronautique.
DENJOY (A.)	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	CURIE (M.)	Physique (P. C. B.).
LUTAUD (L.)	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	RIBAUD (G.)	T Hautes températures.
BLOCH (Eugène) ...	T	Physique.	CHAZY	T Mécanique rationnelle.
BRUHAT (G.)	T	Physique théorique et Physique céleste.	GAULT	Chimie (P. C. B.).
DARMOIS (E.)	T	Enseignement de Physique.	CROZE	Recherches physiques.
DEBIERNE (A.)	T	Physique générale et Radio-activité.	DUPONT	T Théories chimiques.
DUFOUR (A.)	T	Physique (P. C. B.).	LANQUINE.....	T Géologie structurale et Géologie appliquée.
DUNOYER (L.)	T	Optique appliquée.	VALIRON.....	Mathématiques générales.
GUILLIERMOND (A.)	T	Botanique.	BARRABE	Géologie structurale et Géologie appliquée.
JAVILLIER (M.).....	T	Chimie biologique.	MILLOT	Biologie animale (P. C. B.).
ROBERT-LEVY.....	T	Physiologie comparée.	PERRIN (F.)	Théories physiques.
PICARD (F.)	T	Zoologie (Evolution des êtres organisés).	VAVON.....	Chimie organique.
VILLAT (Henri)	T	Mécanique des fluides et applications.	DARMOIS (G.)	Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
JACOB (Ch.)	T	Géologie.	CHATTON	T Biologie maritime.
PASCAL (P.)	T	Chimie générale.	AUBEL	Chimie biologique.
FRECHET (M.).....	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	BOURCART (Jacques)	Géographie physique et Géologie dynamique.
ESCLANGON (E.)....	T	Astronomie.	JOLIOT-CURIE (M ^{me})	Physique générale et Radio-activité.
RAMART-LUCAS(M ^e)	T	Chimie organique.	PLANTEFOL	Biologie végétale (P. C. B.).
BEGHIN (H.)	T	Mécanique physique et expérimentale.	CABANNES.....	Enseignement de Physique.
			GRASSE.....	Biologie animale (P. C. B.).
			PREVOST	Chimie (P. C. B.).
			BOULIGAND	Mathématiques.
			CHAUDRON	Chimie (P. C. B.).

Secrétaire PACAUD (A.).
Secrétaire honoraire TOMBECK (D.).

A LA MÉMOIRE DE MON PÈRE

A MA MÈRE

A MA FEMME

A MES FILS

A LA MÉMOIRE D'AUGUSTE RATEAU

MEMBRE DE L'INSTITUT

A MON MAÎTRE G. VAN ENGELEN

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE GAND

A MONSIEUR C. MONTEIL

PROFESSEUR A L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
ET AU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

*Hommage de respectueuse
et sincère reconnaissance.*

A MONSIEUR G. BRUHAT

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DIRECTEUR ADJOINT DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

A MONSIEUR H. BÉGHIN

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DIRECTEUR DU LABORATOIRE DE MÉCANIQUE PHYSIQUE

A MONSIEUR VILLEY

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES

*qui ont bien voulu faire partie du jury de cette thèse
et me prêter le précieux concours de leurs avis éclairés.*

*Hommage de ma gratitude et
de mon respect bien sincères.*

Les transformations thermodynamiques
des fluides compressibles
dans les turbo-machines

TABLE DES MATIÈRES

	Pages.
INTRODUCTION.....	1
I. — EXPOSÉ GÉNÉRAL DU PROBLÈME ET DES MÉTHODES DE CALCUL UTILISÉES.....	9
II. — LA DÉTENTE POLYTROPIQUE D'UN GAZ PARFAIT.	24
III. — LA DÉTENTE POLYTROPIQUE DE LA VAPEUR D'EAU SURCHAUFFÉE OU SATURÉE... ..	46
IV. — LE COEFFICIENT DE RÉCHAUFFAGE ET L'ÉTUDE DES CYCLES THERMIQUES DE LA VAPEUR D'EAU...	72
V. — LE COEFFICIENT DE RÉCHAUFFAGE ET L'ÉNERGIE UTILISABLE	112
VI. — LA COMPRESSION POLYTROPIQUE D'UN GAZ PARFAIT	127
VII. — LA COMPRESSION D'UN GAZ PARFAIT ACCOMPAGNÉE D'UNE RÉFRIGÉRATION CONTINUE OU FRACTIONNÉE	157
VIII. — LA COMPRESSION DE LA VAPEUR D'EAU AVEC OU SANS RÉFRIGÉRATION.....	180
IX. — LA DÉFINITION GÉNÉRALE DU RENDEMENT DES TURBO-MACHINES.....	202
RÉSUMÉ	217

Les transformations thermodynamiques des fluides compressibles dans les turbo-machines

INTRODUCTION

Nous nous proposons d'étudier au cours de ce travail certains aspects des phénomènes physiques ayant lieu dans les turbo-machines motrices ou réceptrices. L'utilité et même la nécessité d'une telle étude sont justifiées par le fait que les essais d'interprétation des phénomènes envisagés conduisent souvent à des divergences considérables qui non seulement sont inadmissibles au point de vue de la théorie pure, mais sont aussi préjudiciables à certaines applications techniques qui exigent une connaissance approfondie des transformations dont les turbo-machines sont le siège.

Pour que le but ainsi fixé puisse être effectivement atteint, il est indispensable de procéder à une définition précise des différents termes dont nous aurons à nous servir au cours de cette étude. Il est, en effet, certain que c'est bien le manque de précision dans la définition des termes employés qui a engendré la plupart des désaccords que nous venons de signaler et, en particulier, la confusion qui règne au sujet de la détermination du rendement des machines thermiques en général.

Quel que soit le sens du mouvement du fluide dans une turbo-machine (centrifuge, centripète, axial ou mixte), celle-ci est toujours caractérisée par le fait que le long de la trajectoire décrite par le fluide, les grandeurs qui définissent l'état de celui-ci varient d'une manière continue, et qu'en chaque point de cette trajectoire ces grandeurs ne varient pas, pour un régime de fonctionnement donné, avec le temps. En d'autres termes, aussi bien dans le stator que dans le rotor d'une turbo-machine, l'état du fluide n'est fonction que de la position dans l'espace et est indépendant du temps (bien entendu, nous considérons

comme système de référence, suivant le cas, le stator ou le rotor de la machine envisagée, car pour un observateur lié à une particule du fluide véhiculé, l'état de ce dernier serait fonction du temps, et non d'une dimension quelconque de l'espace). De plus, bien que la quantité totale de fluide se trouvant dans la turbo-machine à un instant quelconque forme un corps à trois dimensions, seule la trajectoire moyenne du fluide joue le rôle de la variable indépendante qui détermine les variations de son état physique.

L'écoulement du fluide dans la turbo-machine est toujours accompagné d'une variation de pression qui peut être négative ou positive. Dans le premier cas, l'énergie interne du fluide est transformée en travail dont une partie sert à compenser les pertes par frottement des paliers, etc., le reste pouvant être utilisé pour l'entraînement d'une autre machine, par exemple, d'une génératrice électrique; cette catégorie comprend les turbo-machines motrices, savoir, les turbines hydrauliques, à vapeur ou à gaz. Dans le second cas, par contre, la turbo-machine reçoit une certaine quantité de travail qui est transformée en énergie interne; ce que l'on recherche dans cette transformation, c'est l'augmentation de pression. Suivant la nature du fluide et le rapport de compression réalisé, les turbo-machines réceptrices portent les dénominations de pompes, ventilateurs, soufflantes, compresseurs, etc.

Parmi les différents fluides traversant les turbo-machines motrices ou réceptrices, nous n'envisagerons dans cette étude que ceux dont les variations de pression sont accompagnées d'une variation de volume; nous excluons donc du domaine de nos recherches l'eau et les liquides en général, et ne nous occuperons que de l'étude de l'écoulement des gaz et des vapeurs. De plus, nous laisserons de côté les turbo-machines qui, tout en fonctionnant avec un fluide compressible (par exemple, l'air) produisent des variations de pression (donc, aussi de volume) insignifiantes, de sorte que leur fonctionnement peut être assimilé à celui des turbines hydrauliques ou des pompes; ce dernier cas est celui des ventilateurs qui transportent souvent des débits d'air très importants, tout en créant une variation de pression de l'ordre de quelques millimètres d'eau. En tenant compte de ces restrictions, nos recherches porteront donc, dans le domaine

des machines motrices, sur les turbines à vapeur ou à gaz, et dans celui des machines réceptrices, sur les compresseurs de gaz ou de vapeur.

Nous avons déjà signalé que seules les transformations comportant des variations relativement importantes de pression (et de volume) feront l'objet de notre étude. Ces transformations nécessitent généralement l'emploi d'une machine comportant un certain nombre d'étages ou de cellules où la détente ou la compression du fluide est réalisée par étapes successives avec un fractionnement souvent très poussé. L'ensemble de ces cellules fonctionnant en série, c'est-à-dire traversées successivement par le même fluide, forme une turbo-machine multicellulaire.

Dans chacun des étages d'une telle machine, la détente (ou la compression) du fluide est toujours accompagnée de certains phénomènes qui ont pour effet de réduire la quantité d'énergie utilisée au cours de la transformation. La détermination du rendement d'étage (que nous désignerons par le symbole ρ') exige la connaissance précise de tous ces phénomènes qui se produisent entre les sections d'entrée et de sortie de la cellule envisagée; la détermination de ces phénomènes est du ressort de la mécanique des fluides, et les récents progrès de cette science ont permis non seulement de chiffrer avec une grande précision la valeur des diminutions d'énergie utilisée qui en résultent, mais aussi de la réduire dans une forte proportion et, par conséquent, d'accroître le rendement des turbo-machines. Mais, en plus de leur influence sur le rendement ρ' , ces phénomènes en exercent une autre qui, elle, relève de la thermodynamique : nous avons en vue leur influence sur l'état du fluide à la sortie de la cellule considérée, ou, ce qui revient au même, à l'entrée de la cellule suivante. Bien que la détermination de cette dernière influence ne présente aucune difficulté et, par conséquent, ne puisse avoir pour notre étude qu'un intérêt secondaire, nous allons montrer que c'est précisément son existence qui a créé la regrettable confusion dans la définition du rendement des turbo-machines.

L'origine de cette confusion réside dans le fait que les transformations ayant lieu dans un étage de turbo-machine sont irréversibles et, par conséquent, sont accompagnées d'un accroissement de l'entropie du

fluide (1). Qu'il s'agisse d'une détente ou d'une compression, le point figuratif de l'état du fluide dans le diagramme entropique se déplace toujours dans le sens des entropies croissantes; la position de ce point est donc définie, d'une part, par l'isobare correspondant à la sortie de la cellule envisagée et, d'autre part, par l'accroissement d'entropie. Cet accroissement se manifeste, à son tour, soit par une élévation de température, lorsqu'il s'agit d'un gaz ou d'une vapeur surchauffée, soit, lorsque le fluide est une vapeur à l'état de saturation, par une augmentation de son titre, ou même, dans certains cas, par son passage à l'état de surchauffe. Or, aussi bien dans le cas d'une compression que dans celui d'une détente, le travail respectivement absorbé ou fourni varie, pour un poids de fluide donné, dans le même sens que la température initiale (ou, pour la vapeur saturée, que le titre initial). Il en résulte que le travail fourni par la détente ou dépensé pour la compression dans une cellule dépend non seulement du rendement propre de celle-ci (ρ'), mais aussi de la totalité des phénomènes ayant affecté l'écoulement du fluide à l'amont de cette cellule. En d'autres termes, l'irréversibilité de la transformation influence non seulement la quantité d'énergie réellement fournie ou dépensée dans la cellule envisagée, mais aussi celle qui est théoriquement utilisable (dans les machines motrices) ou théoriquement nécessaire (dans les machines réceptrices) entre les limites de pression définissant le fonctionnement de la cellule. Bien entendu, ce raisonnement est applicable à toutes les cellules de la turbo-machine, à l'exception de la première; il est d'ailleurs évident que l'influence de l'irréversibilité se manifeste d'une façon de plus en plus sensible à mesure qu'on avance dans le sens de l'écoulement du fluide dans la turbo-machine. Sans cette influence, le rendement global ρ de la machine ne dépendrait que des rendements individuels ρ' de ses différentes cellules; en effet, les changements d'état du fluide suivraient alors la même loi dans la machine réelle que dans une machine parfaite, et seule l'irréversibilité des phénomènes se produisant dans les

(1) Nous ferons abstraction, au cours de cette étude, des échanges de chaleur entre le fluide et le milieu extérieur qui peuvent conduire à une diminution d'entropie.

canaux fixes et mobiles de celle-là distinguerait son fonctionnement de celui d'une machine idéale. Comme, en réalité, ces phénomènes ont pour effet d'augmenter l'énergie dégagée par la détente dans une machine motrice, ou absorbée par la compression dans une machine réceptrice, on voit que dans une machine multicellulaire le rendement global ρ est différent du rendement d'étage ρ' . Conformément

aux considérations précédentes, le rapport $\frac{\rho}{\rho'}$ est supérieur à l'unité dans une turbine à vapeur ou à gaz, et inférieur à l'unité dans un compresseur multicellulaire (1).

Le fractionnement de la transformation influence donc dans le sens favorable le rendement des turbomachines motrices, et dans le sens contraire le rendement des turbo-machines réceptrices. Mais en plus de cette influence quantitative, le même phénomène a également pour effet de modifier, ainsi que nous l'avons déjà signalé, la définition même du rendement, et c'est là le côté qualitatif du problème faisant l'objet de cette étude. Aussi bien pour la détermination mathématique de l'influence de l'irréversibilité sur la grandeur du rendement que pour l'interprétation physique de son influence sur la définition même de celui-ci, nous nous proposons d'appliquer les mêmes méthodes aux turbo-machines motrices et réceptrices. En effet, les transformations ayant lieu dans ces deux catégories de machines présentent entre elles une grande analogie et, dans les machines parfaites, ne diffèrent entre elles que par le signe, de sorte que les méthodes de calcul applicables aux deux cas doivent également être analogues. Mais la mise en parallèle de ces deux catégories de machines présente encore plus d'intérêt au point de vue que nous avons désigné comme qualitatif. En effet, certains auteurs proposent pour le rendement des machines motrices des définitions qu'ils jugeraient vraisemblablement comme peu satisfaisantes si on les appliquait également aux machines réceptrices; d'autres, par contre, calculent le rendement de ces dernières

(1) Dans ce raisonnement, nous avons admis implicitement, pour simplifier, que ρ' représente soit la valeur commune des rendements des différentes cellules, soit la moyenne proportionnelle de ceux-ci.

machines d'après une définition dont ils n'admettraient certainement pas l'extension au domaine des turbines à vapeur ou à gaz. Seule l'étude simultanée, par les mêmes procédés, de ces deux catégories de machines doit permettre d'aboutir à une définition du rendement valable à la fois pour chacune d'elles.

Nous pouvons maintenant indiquer d'une manière plus précise la marche que nous suivrons au cours de ce travail. Dans la première partie, consacrée aux turbo-machines motrices, nous commencerons par l'étude du cas le plus simple qui est celui de la détente d'un gaz parfait, et nous appliquerons ensuite la même méthode de calcul successivement au cas de la vapeur surchauffée et à celui de la vapeur saturée. Pour chacun de ces cas, nous déterminerons l'expression du rapport $\mu = \frac{\Sigma_1^n q}{q_a}$ (1) qu'on appelle souvent « facteur de récupération » et que nous nommerons « coefficient de réchauffage », afin que cette dénomination soit applicable également au cas des machines réceptrices où le rapport $\frac{\rho}{\rho'}$ est inférieur à l'unité. Signa-

lons que dans la pratique, on se contente généralement, pour la détermination de la valeur de μ , d'une approximation, souvent assez grossière, car on estime (d'ailleurs, à juste raison) que la détermination rigoureuse de ce coefficient nécessiterait des calculs très laborieux. Nous utiliserons pour cette détermination une méthode que nous croyons nouvelle et qui est, en même temps, extrêmement simple. Elle consiste à appliquer une formule d'interpolation permettant de déduire la valeur de μ correspondant à un nombre de cellules n quelconque de celle déterminée préalablement pour un nombre n infini; de plus, cette dernière valeur de μ (pour $n = \infty$) sera déterminée au moyen d'un artifice qui, tout en apportant au calcul une simplification considérable, ne diminue la précision des résultats obtenus que d'une manière peu sensible : l'approximation ainsi réalisée sera du même ordre

(1) Nous désignons par q_a le travail fourni ou absorbé par la transformation totale, supposée isentropique, et par $\Sigma_1^n q$ la somme des travaux correspondant aux transformations partielles, supposées également isentropiques et ayant lieu dans les n cellules de la turbo-machine.

que celle des données physiques même avec lesquelles nous opérerons. Notons à ce sujet qu'aussi bien pour les gaz parfaits que pour la vapeur d'eau, tous nos raisonnements et calculs seront fondés sur la considération du diagramme entropique (T/S).

L'examen successif des transformations de la vapeur surchauffée et de la vapeur saturée nous permettra de passer au cas plus général du cycle thermique où la détente, commencée dans la zone de la vapeur surchauffée, se termine au-dessous de la ligne de saturation. Nous aurons ainsi tous les éléments nécessaires pour l'examen des cycles thermiques particuliers, savoir du cycle à prélèvements pour le réchauffage de l'eau d'alimentation et du cycle à resurchauffe simple ou multiple. Cet examen nous permettra, entre autres, de généraliser certains résultats que nous avons obtenus dans des études antérieures pour le cas particulier où ces cycles seraient appliqués à une turbine idéale fonctionnant sans pertes (donc, avec $\mu = 1$).

Après cette étude quantitative du coefficient μ pour les différents cycles thermiques utilisés dans l'industrie, nous nous occuperons du deuxième aspect de la question faisant l'objet de ce travail : nous essaierons d'établir une définition correcte du rendement des turbomachines motrices en tenant compte des multiples influences du coefficient de réchauffage sur les transformations thermodynamiques du fluide moteur. Nous montrerons, en particulier, que cette définition doit être établie en tenant compte de la notion d'énergie utilisable, mais que l'introduction de cette notion doit être subordonnée à certaines conditions restrictives.

C'est dans le même ordre que nous examinerons les différents problèmes relatifs à la compression d'un fluide au moyen d'une turbo-machine multicellulaire, problèmes qui feront l'objet de la deuxième partie de notre travail. Nous commencerons donc l'étude des turbo-machines réceptrices par la détermination du coefficient μ pour les cas d'un gaz parfait et d'une vapeur à l'état de surchauffe ou de saturation. Mais, tandis que dans le cas des machines motrices, il suffit de constater l'influence favorable du réchauffage du fluide au cours de sa détente et d'en tenir compte dans le calcul du rendement et des dimensions, pour les machines réceptrices, le problème se présente souvent sous un jour différent. En effet, l'influence du réchauffage sur le rendement ρ étant ici défavorable, on doit

chercher à la réduire dans la mesure du possible ; on sait que ce but peut être atteint en refroidissant le fluide au cours de sa compression, au moyen d'un dispositif de réfrigération approprié. Comme ce procédé a pour effet de modifier l'allure des phénomènes thermodynamiques, nous aurons à étudier son influence sur la valeur du coefficient μ , aussi bien pour le cas d'un gaz parfait que pour celui d'une vapeur.

De même que pour les turbo-machines motrices, nous terminerons ces recherches relatives aux machines réceptrices par des considérations sur la définition du rendement des compresseurs de gaz et de vapeur. Nous verrons ainsi qu'il est parfaitement possible d'établir pour les deux catégories de machines (motrices et réceptrices) la même définition du rendement, à condition de rendre cette définition suffisamment générale pour tenir compte de la diversité des problèmes particuliers résultant des incessants perfectionnements de la technique moderne.

CHAPITRE PREMIER

EXPOSÉ GÉNÉRAL DU PROBLÈME ET DES MÉTHODES DE CALCUL UTILISÉES

D'une manière générale, l'objet de ce travail peut être défini comme l'étude de l'influence exercée sur la marche d'une turbo-machine par le fractionnement des transformations thermodynamiques qui y sont effectuées. Le degré de ce fractionnement est défini par le nombre de cellules parcourues successivement par le fluide au cours de sa détente (dans le cas d'une machine motrice) ou de sa compression (dans celui d'une machine réceptrice); ce sont donc les particularités du fonctionnement des turbo-machines multicellulaires que nous aurons à examiner au cours de cette étude.

Nous supposerons toujours qu'il n'existe aucun échange de chaleur entre les machines considérées et l'atmosphère ambiante, c'est-à-dire que toutes les transformations étudiées sont adiabatiques. Nous considérerons comme « parfaite » ou « idéale » une machine où toutes les transformations sont adiabatiques et réversibles, c'est-à-dire isentropiques. Le but particulier que nous poursuivons dans ce travail nous amène à adopter, pour désigner les transformations ayant lieu dans une machine idéale ou réelle, certains termes qui, tout en étant d'un emploi commode, ne sont pas toujours conformes à la terminologie de la thermodynamique classique. L'emploi de ces termes ne peut donc être excusé qu'à condition de donner à chacun d'eux une définition aussi précise que possible; avant de montrer les différents aspects du problème que nous nous proposons de résoudre, il est donc indispensable de procéder à la définition des termes que nous aurons à utiliser.

Prenons, pour commencer, un cas particulièrement

simple, savoir la détente d'un gaz parfait dans une turbine à action. Supposons d'abord que la turbine comporte une seule cellule de détente et, de plus, que l'écoulement du fluide dans les tuyères de cette cellule soit isentropique. Connaissant l'état initial du fluide et les propriétés physiques de celui-ci, on peut facilement déterminer la quantité d'énergie moléculaire transformée en énergie cinétique au cours de la détente du fluide entre les pressions initiale et finale ; pour simplifier, nous dirons que cette quantité d'énergie est dégagée par le fluide au cours de la transformation. L'énergie cinétique ainsi produite est ensuite communiquée à l'aubage mobile de la turbine où elle se transforme, en partie, en travail ; cette transformation étant irréversible (par suite des chocs, frottements, remous, etc.), une autre partie de l'énergie cinétique fournie à l'aubage mobile passe à nouveau à l'état d'énergie moléculaire ; enfin, comme le fluide sortant de l'aubage mobile est animé d'une certaine vitesse, une troisième partie de l'énergie dégagée reste sous forme cinétique. Nous appellerons « rendement propre de la cellule » le rapport :

$$\rho' = \frac{\text{énergie mécanique}}{\text{énergie dégagée}}.$$

Cette définition du rendement de la cellule est justifiée par le fait que seule la production d'énergie mécanique peut être considérée comme un effet utile de la transformation, de sorte que, dans le cas envisagé, l'énergie mécanique peut être considérée comme synonyme d'« énergie utilisée ». Nous considérerons comme parfaite ou idéale une cellule où toute l'énergie dégagée au cours de la détente est utilisée, c'est-à-dire transformée en énergie mécanique ; le rendement ρ' d'une telle cellule est donc égal à l'unité.

Il est évident que quel que soit le nombre de cellules d'une turbo-machine motrice, le maximum de travail pouvant être fourni par celle-ci est défini par la diminution de la chaleur totale (ou enthalpie) du fluide entre les deux états correspondant au commencement et à la fin de la détente supposée isentropique et réversible et effectuée entre les deux pressions données (pour simplifier, nous nommerons une telle détente *adiabatique*, en impliquant dans cette notion celle de

la réversibilité). Nous appellerons cette quantité d'énergie, qui ne peut être utilisée entièrement que dans une turbine parfaite, « énergie disponible ». Dans le cas d'une turbine parfaite, nous pouvons donc écrire l'égalité :

Energie utilisée. = énergie dégagée = énergie disponible.

Par contre, dans le cas d'une turbine réelle monocellulaire, la relation entre ces trois quantités d'énergie peut s'écrire :

Energie utilisée < énergie dégagée = énergie disponible.

Passons maintenant au cas d'une turbine réelle comportant plusieurs cellules de détente et examinons le fonctionnement de la première de ces cellules. Pour cette cellule, la relation que nous venons d'écrire pour le cas d'une turbine monocellulaire reste bien valable (1) ; mais, par suite de l'irréversibilité de la transformation de l'énergie cinétique en travail, le fluide entrant dans la cellule suivante possède une quantité d'énergie moléculaire (et aussi cinétique) plus grande que celle qu'il aurait, à la même pression, dans le cas d'une turbine parfaite. Il en résulte que la détente du fluide dans la cellule suivante dégage plus d'énergie (sous forme cinétique) dans une turbine réelle que dans une turbine idéale, et ce raisonnement reste évidemment valable aussi pour toutes les autres cellules de la turbine. La somme des quantités d'énergie dégagées dans les différentes cellules devient ainsi supérieure à l'énergie disponible, de sorte que nous pouvons poser l'inégalité :

Energie utilisée < énergie dégagée > énergie disponible.

En désignant l'énergie utilisée (ou le travail produit) et celle disponible (ou la diminution d'enthalpie) respectivement par q_u et q_a , l'énergie dégagée dans chacune des n cellules de la turbine par q et leur somme par $\Sigma_1^n q$, nous aurons donc :

$$q_u < \Sigma_1^n q > q_a.$$

(1) Nous admettons, comme précédemment, l'hypothèse de la réversibilité de la détente dans les tuyères, hypothèse qui est d'ailleurs très sensiblement conforme à la réalité.

Il est d'ailleurs évident que pour toute turbine réelle (mono ou multicellulaire), on a toujours :

$$q_u < q_a.$$

Admettons que chacune des n cellules de la turbine ait le même rendement propre ρ' que la turbine monocellulaire fonctionnant entre les mêmes pressions extrêmes. L'accroissement de la quantité d'énergie dégagée, dû au fractionnement de la détente, conduit alors à une augmentation de la quantité d'énergie utilisée; l'emploi de plusieurs cellules de détente permet donc de récupérer une partie des pertes d'énergie utilisable (1) dues à l'imperfection de la turbine. Cette récupération varie dans le même sens que le rapport de l'énergie dégagée à l'énergie disponible, et il est facile de voir que ce rapport est égal à celui du rendement total de la turbine ρ au rendement d'étage ρ' ; en désignant ce rapport par μ , on a donc :

$$\mu = \frac{\Sigma q}{q_a} = \frac{\rho}{\rho'}.$$

Or, si pour une turbine à deux ou trois cellules la détermination du coefficient μ ne présente pas de difficultés, elle nécessite, par contre, des calculs très laborieux lorsque n est, comme dans de nombreuses turbines à vapeur modernes, de l'ordre de plusieurs dizaines. Bien entendu, lorsqu'on a terminé le calcul thermodynamique d'une telle turbine, il est facile d'établir la somme Σq des quantités d'énergie dégagées dans les n cellules et de la comparer à l'énergie q_a correspondant à la détente isentropique depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la turbine; mais cette détermination *a posteriori* du coefficient de réchauffage peut souvent n'être pas suffisante pour les besoins de la pratique, car la connaissance préalable de la valeur de μ présente un intérêt aussi bien pour la détermination *a priori* du rendement de la turbine que pour la répartition de la chute calorifique totale entre les étages. En effet, la détermination préalable du rendement ρ (qui dépend, ainsi que nous l'avons vu, de ρ' de et μ)

(1) Dans la suite, nous emploierons l'expression « pertes d'énergie » ou « pertes » tout court, pour désigner les diminutions de la quantité d'énergie utilisée ayant pour cause l'irréversibilité des transformations.

permet de fixer les garanties de consommation sans recourir au calcul complet de la turbine ; d'autre part, c'est la connaissance de la somme Σq (et non de la valeur de q_a , qui est l'énergie disponible dans une turbine parfaite) qui permet de fixer judicieusement les pressions devant régner dans les différentes cellules et d'en déduire les sections de passage des aubes fixes et mobiles. Pour ces deux raisons, il est donc avantageux d'être en mesure de fixer rapidement et avec une précision suffisante la valeur du coefficient de réchauffage μ pour chaque cas particulier envisagé. Ainsi que le signale A. Stodola, l'emploi des méthodes qui ont été proposées pour la solution de ce problème « nécessite l'établissement préalable de nombreux tableaux. Ce travail considérable n'est justifié que si l'on désire une exactitude très grande des calculs » (1).

Ajoutons que dans de nombreux cas, la valeur du coefficient μ est relativement faible, c'est-à-dire peu différente de l'unité ; il est évident que la détermination précise de ce coefficient ne présente alors qu'un intérêt médiocre, surtout si elle nécessite un calcul long et laborieux. Nous verrons plus loin que le coefficient de réchauffage est fonction d'un assez grand nombre de variables, et qu'en particulier, il est plus faible pour la vapeur saturée que pour la vapeur surchauffée. Il en résulte que la connaissance exacte de ce coefficient est particulièrement intéressante pour les cycles où la majeure partie de la détente a lieu dans la zone de la vapeur surchauffée, tel que le cycle à resurchauffe ; dans ce cas, la détermination préalable du coefficient μ est même indispensable pour le choix judicieux des facteurs qui influencent le rendement thermique du cycle envisagé (voir plus loin, chap. IV).

Examinons donc quelles sont les difficultés qui s'opposent à la détermination précise du coefficient de réchauffage. Ces difficultés sont au nombre de deux. La première résulte de la multiplicité des étages de détente, ou, en d'autres termes, du fractionnement souvent très poussé de la détente du fluide moteur dans la turbine ; cette difficulté est donc indépendante de la nature du fluide moteur, et nous aurons par conséquent à en tenir compte même dans l'étude de la

(1) A. STODOLA : *Turbines à vapeur et à gaz*, chap. III, fin du paragraphe 2.

détente d'un gaz parfait (voir chap. II). La seconde, par contre, provient du fait que dans l'immense majorité des cas, le fluide moteur compressible n'est pas un gaz parfait, mais une vapeur surchauffée ou saturée ; la recherche du coefficient μ pour ces deux derniers cas fera l'objet du chapitre III. Signalons que, dans tous ces cas, nous chercherons à établir pour le coefficient de réchauffage des expressions qui soient à la fois facilement maniables et suffisamment précises, sans être réellement rigoureuses ; nous éviterons ainsi le double écueil qui consiste, soit à se contenter (comme on le fait souvent dans la pratique) d'approximations grossières, soit à former des expressions compliquées qui prétendent être plus précises que les données physiques même qui leur servent de base.

Nous avons déjà vu que, dans le cas d'une turbomachine motrice monocellulaire, l'énergie dégagée par la détente d'un gaz parfait ne dépend que de la température initiale T_1 et du rapport de détente

$m = \frac{p_2}{p_1}$. Cette quantité d'énergie reste la même,

quel que soit le nombre de cellules, si chacune d'elles a un rendement ρ' égal à l'unité. Dans le cas contraire, l'énergie dégagée dans l'ensemble de la machine dépend non seulement de T_1 et de m , mais aussi du rendement d'étage ρ' (supposé le même pour toutes les cellules) et, enfin, du nombre de cellules n qui définit le degré de fractionnement de la détente. Le problème que nous avons à résoudre consiste donc à établir une relation entre la somme des énergies dégagées Σq et les quatre variables indépendantes T_1 , m , ρ' et n .

Ainsi posé, ce problème présente une grande analogie avec de nombreux autres problèmes de thermodynamique concernant la réalisation d'une transformation ou d'un échange d'énergie en plusieurs phases. Le plus souvent, ce fractionnement de l'opération a pour but d'améliorer le résultat obtenu, ou d'augmenter le rendement de l'opération ; d'ailleurs, l'amélioration du résultat n'est pas due seulement à l'atténuation des pertes provenant d'une imperfection quelconque des appareils ou dispositifs employés, mais découle de la nature même de l'opération envisagée, de sorte que le fractionnement conduirait à un avantage réel même dans le cas d'une installation idéale fonctionnant sans pertes. Ainsi, lorsqu'il s'agit de transformer en travail

l'énergie thermique disponible dans un fluide chaud (eau ou gaz), en utilisant cette énergie pour la production de vapeur motrice, le travail développé augmente avec le nombre d'échangeurs (bouilleurs ou évaporateurs) traversés successivement par la source de chaleur, et ceci indépendamment de toute considération concernant le fonctionnement réel des échangeurs ou de la machine motrice. Il en est de même pour le problème inverse consistant à refroidir un liquide par évaporation; ici encore le travail absorbé par la compression de la vapeur produite diminue lorsque l'opération est effectuée en plusieurs phases au lieu d'une seule. Citons également les problèmes du dégazage d'une colonne verticale d'eau (problème qui se rencontre dans le procédé Claude-Boucherot), de la concentration d'une solution, du réchauffage de l'eau condensée par prélèvements de vapeur à la turbine et, enfin, de la resurchauffe de la vapeur au cours de sa détente dans une machine motrice. Dans tous ces cas, le fractionnement de l'opération ne peut être effectué d'une façon judicieuse que si l'on a résolu au préalable le double problème suivant : 1) pour des caractéristiques de fonctionnement données, et, en particulier, pour un nombre de phases n déterminé, quel est le rendement maximum pouvant être réalisé par l'installation? et 2) quelles sont les conditions de fonctionnement des n phases permettant d'obtenir ce rendement maximum? En effet, si le rendement global de l'installation varie avec le nombre de phases n , il n'en est pas moins vrai que pour un nombre n donné, il dépend aussi de la façon dont le fractionnement de l'opération est réalisé, c'est-à-dire de la façon dont la quantité totale d'énergie à transformer est répartie entre les n phases de l'opération; on peut démontrer que pour tout nombre n , il existe une combinaison bien déterminée des variables caractérisant le fonctionnement des n phases, qui correspond au rendement maximum de l'ensemble. Mais la recherche de ces $n + 1$ inconnues (les n conditions optima et le rendement total maximum) nécessite, pour les nombres n élevés, des calculs si longs et laborieux que, dans la pratique, on préfère très souvent y renoncer et abandonner le mode de réalisation du fractionnement aux hasards de l'intuition.

C'est pour remédier à cet inconvénient que nous avons essayé de résoudre les différents problèmes

énumérés ci-dessus au moyen d'une méthode approchée, mais dont la vérification nous a toujours conduit à une concordance très satisfaisante (et même pratiquement parfaite) des résultats obtenus avec ceux fournis par un calcul direct et rigoureux (1). Le principe de cette méthode est fondé sur les considérations suivantes. S'il est exact que la détermination des valeurs optima des n variables caractérisant le fractionnement des différentes phases (donc, aussi du rendement correspondant) exige, pour les nombres n finis et élevés, des calculs fastidieux, il n'en est pas de même, d'une part, pour les valeurs de n très basses (par exemple, pour $n = 1$) et, d'autre part, pour $n = \infty$ (fractionnement poussé à l'infini). Dans le premier cas ($n = 1$), la seule variable indépendante, qui est la grandeur caractérisant le fonctionnement de l'unique phase de l'opération, a une valeur optimum facile à déterminer ; cette valeur optimum est souvent évidente *a priori*, ou, dans le cas contraire, elle s'obtient rapidement au moyen de la recherche analytique ou graphique du maximum de la fonction reliant le rendement de l'installation à la variable indépendante envisagée. Lorsque, par contre, le nombre des phases est infini, il suffit d'exprimer sous forme différentielle la quantité d'énergie fournie ou absorbée par chaque phase élémentaire ; l'intégration de cette expression entre les limites envisagées permet de déterminer la valeur totale du travail fourni ou absorbé au cours de l'opération, et, en même temps, la première et la dernière phases se trouvent reportées aux deux extrémités du cycle (par exemple, aux sources chaude et froide). De plus, lorsque le nombre des phases est nul, c'est-à-dire lorsque l'opération envisagée non seulement n'est pas fractionnée, mais n'est même pas réalisée ($n = 0$), la grandeur (par exemple, la température ou la pression) caractérisant le fonctionnement de cette phase fictive et le rendement correspondant peuvent être obtenus tous deux immédiatement, sans aucun calcul : ici encore la phase fictive se trouve confondue

(1) Les études que nous avons consacrées à ces problèmes ont paru, au cours des dernières années, dans les C.-R.A.S., la revue *Chaleur et Industrie* et le *Bulletin de la Société des Ingénieurs Civils*. Les plus anciennes de ces études ont été réunies dans notre mémoire : *Le Fractionnement des transformations et des échanges d'énergie*, couronné par le prix international Jules BOULVIN, 1934-1936 (*ex-aequo* avec un autre ouvrage).

avec l'une des extrémités du cycle, tandis que le rendement de cette opération imaginaire ne peut être que nul. Ces considérations permettent donc de fixer pour trois valeurs de n ($n = 0$, $n = 1$ et $n = \infty$), d'une part, le rendement maximum, et d'autre part, la valeur optimum de la grandeur (température, pression, etc.) définissant le fonctionnement de la première (ou de la dernière) phase de l'opération. Il suffit ensuite de relier les résultats ainsi obtenus par des formules d'interpolation d'allure hyperbolique, pour obtenir les valeurs des différentes variables correspondant à un nombre n quelconque. Ainsi, par exemple, l'expression du rendement ρ aura généralement la forme :

$$\rho = a - \frac{b}{c + n}$$

où les coefficients a , b et c s'obtiennent en introduisant au dénominateur de la fraction figurant au deuxième membre successivement $n = 0$, $n = 1$ et $n = \infty$, et en remplaçant le premier membre par les valeurs de ρ correspondantes. Bien entendu, les coefficients a , b et c ne sont constants que pour des conditions de fonctionnement bien déterminées, le nombre des phases n étant alors la seule variable indépendante. Comme une telle relation ne serait valable que pour un cas particulier et aurait, par conséquent, un domaine d'application très restreint, il est beaucoup plus intéressant de remplacer les constantes a , b et c par des fonctions de toutes les données du problème, de manière à rendre l'expression de ρ absolument générale ; cette expression permet alors de déterminer la valeur du rendement maximum quels que soient, d'une part, les conditions de fonctionnement envisagées, et d'autre part, le degré de fractionnement de l'opération.

Examinons maintenant comment cette méthode de calcul peut être appliquée au cas qui nous occupe dans cette étude. Tout d'abord, nous constatons que contrairement à tous les cas précédents, ici le fractionnement de l'opération (c'est-à-dire de la détente du fluide moteur) n'est pas réalisé dans le but d'influencer la grandeur Σq que nous cherchons à déterminer : la division de la détente totale en plusieurs phases correspondant chacune à un étage de la turbine résulte, d'une part, de l'impossibilité pratique de dépasser pour la

vitesse périphérique des aubages mobiles une certaine limite, et d'autre part, de la nécessité de réaliser l'écoulement du fluide dans des conditions satisfaisantes (en particulier, d'éviter des vitesses d'écoulement trop élevées). Ces deux raisons, qui conduisent souvent à des nombres n très élevés, n'ont évidemment aucun rapport direct avec la valeur de la somme $\Sigma_1^n q$; l'influence du fractionnement sur cette valeur est donc sans effet sur le choix du nombre n , et la variation de $\Sigma_1^n q$ avec ce nombre n'est qu'une conséquence secondaire et non un résultat poursuivi délibérément. Cette particularité a pour effet une simplification importante du problème dont nous nous occupons ici, comparé à ceux que nous avons traités antérieurement : comme le but de l'opération n'est pas de donner à la somme $\Sigma_1^n q$ une valeur aussi grande (ou aussi petite) que possible, nous ne disposons pas ici d'une variable indépendante dont le choix judicieux, pour un nombre n donné, soit susceptible de donner à $\Sigma_1^n q$ sa valeur maximum (ou minimum). Il en résulte que nous sommes dispensé ici de la recherche de la valeur optimum d'une telle variable qui viendrait s'ajouter aux données du problème, et que seules ces données doivent intervenir dans la détermination de la valeur de $\Sigma_1^n q$, à l'exclusion de toute autre grandeur indépendante d'elles. En d'autres termes, pour des conditions de fonctionnement données, nous ne pouvons que constater l'influence du degré de fractionnement sur la somme $\Sigma_1^n q$, et il ne dépend pas de nous de modifier cette somme dans un sens ou dans l'autre en agissant sur une autre grandeur quelconque. Nous verrons que pour déterminer cette influence, il suffit d'établir la valeur du coefficient μ correspondant à un nombre infini de cellules, et que la relation obtenue par cette méthode non seulement s'applique à tout fluide élastique (gaz ou vapeur), mais est valable aussi bien pour l'étude de la compression que pour celle de la détente dans une turbo-machine multicellulaire.

Mais s'il est possible de définir l'influence du degré de fractionnement de la transformation sur le coefficient μ par une formule unique, valable dans tous les cas que nous aurons à étudier au cours de ce travail, on ne doit pas perdre de vue que cette formule contient une valeur particulière de ce coefficient (savoir, celle correspondant à $n = \infty$) qui, elle, dépend aussi bien de la nature de l'opération que de celle du fluide

qui l'accomplit. Cette valeur particulière s'obtient facilement pour le cas d'un gaz parfait (chap. II) ; par contre, dans celui de la vapeur d'eau surchauffée ou saturée, il peut être nécessaire de recourir à certains artifices que nous exposerons au chapitre III. Signalons seulement que pour la vapeur surchauffée, nous serons amené à déterminer, en fonction de la pression et de la température initiales, la valeur du rapport des chaleurs spécifiques C (à pression constante) et c (à volume constant), rapport qui intervient dans la loi de l'écoulement adiabatique. Quant au cas de la vapeur saturée, nous le traiterons en admettant une certaine hypothèse simplificatrice et nous montrerons, en même temps, que celle-ci n'introduit dans le résultat obtenu aucune erreur appréciable. D'ailleurs, l'application de nos formules à un cas particulier qui est rapporté dans l'ouvrage de Stodola montrera la concordance parfaite entre les résultats obtenus, d'une part, par notre méthode, et d'autre part, par le calcul thermodynamique complet de la turbine.

Après avoir établi ainsi les relations permettant de tracer, sans recourir au calcul complet, la ligne de détente de la vapeur surchauffée ou saturée, nous pourrions passer à l'étude de l'influence du phénomène de réchauffage (ou du coefficient μ qui le traduit) sur la réalisation des cycles thermiques de la vapeur d'eau. Dans un certain nombre d'études antérieures, consacrées au cycle thermique, nous avons examiné le problème de la transformation de l'énergie thermique en travail sous deux aspects différents. D'une part, nous avons étudié l'influence du choix du cycle sur le rendement propre de la turbine motrice ; d'autre part, faisant abstraction du fonctionnement réel de la turbine, nous avons examiné pour chacun des principaux cycles utilisés les meilleures conditions de réalisation, en admettant que la détente de la vapeur soit toujours adiabatique et réversible (1). Les résultats obtenus au chapitre III nous permettront maintenant

(1) Voir nos études : « L'Intérêt de l'emploi des turbines à vapeur dans différents domaines d'exploitation » (*La Technique moderne*, 1^{er} mars et 1^{er} mai 1937) ; « Le Cycle thermique, son rendement, ses limites » (*L'Evolution des grandes centrales thermiques*, édition *Science et Industrie*) ; « Le Fractionnement du réchauffage de l'eau d'alimentation des chaudières » (*Chaleur et Industrie*, juillet et septembre 1937) ; « Le Fractionnement de la resurchauffe dans les centrales thermo-électriques » (*Chaleur et Industrie*, août et septembre 1938).

d'aborder le même problème sous un troisième aspect complétant les deux premiers et formant avec eux un ensemble symétrique : nous avons en vue le choix judicieux du cycle thermique en tenant compte du rendement réel de la turbine. Plus précisément, ce troisième aspect de la question concerne la réalisation dans les meilleures conditions possibles d'un cycle donné en fonction des grandeurs définissant le fonctionnement réel de la turbine à vapeur. En effet, s'il est exact que le choix qualitatif et quantitatif du cycle exerce une influence sur le rendement propre de la turbine, il n'en est pas moins vrai que la valeur de ce rendement doit, à son tour, influencer le choix du cycle ou, pour un cycle donné, les conditions de sa réalisation. En fait, ce n'est même pas le rendement total de la turbine qui doit exercer cette influence, mais la succession des transformations subies par la vapeur au cours de sa détente, transformations dont l'ensemble permet de définir la valeur du rendement. C'est pour la détermination à la fois rapide et suffisamment précise de cet ensemble des transformations que les résultats obtenus au chapitre III nous seront un auxiliaire précieux, car ils permettent de trouver l'état de la vapeur à la sortie (ou à l'entrée) de chaque cellule sans procéder au calcul thermodynamique complet, et en ne prenant pour bases que le rendement d'étage et le nombre des cellules se trouvant à l'amont du point envisagé.

Parmi les différents cycles dont nous aurons à nous occuper au chapitre IV, signalons particulièrement, d'une part, le cycle à prélèvements de vapeur pour le réchauffage de l'eau condensée et, d'autre part, le cycle à resurchauffe. Dans le premier de ces cycles, on prélève, à une ou plusieurs cellules de la turbine, une certaine quantité de vapeur qui est utilisée pour le réchauffage de l'eau condensée avant l'envoi de celle-ci dans la chaudière. La chaleur latente de la vapeur prélevée, au lieu d'être cédée à la source froide où elle serait définitivement dégradée, est ainsi renvoyée à la source chaude par l'intermédiaire de l'eau condensée. Ce procédé permet d'accroître notablement le rendement du cycle thermique et, par conséquent, de réduire la consommation de combustible. Quant au cycle à resurchauffe, il est caractérisé par le fait qu'une certaine quantité de chaleur est communiquée à la vapeur au cours de la détente, de sorte

que le cycle comprend plusieurs sources chaudes au lieu d'une seule. Judicieusement réalisé, cet emploi de plusieurs sources chaudes peut également avoir pour effet une économie de combustible, et ceci indépendamment de certains autres avantages pratiques sur lesquels nous ne nous arrêterons pas. Or, aussi bien pour le cycle à réchauffage de l'eau que pour le cycle à resurchauffe de la vapeur, le gain réalisé atteint son maximum lorsque les prélèvements ou, respectivement, les apports de chaleur sont effectués à certaines pressions bien déterminées; dans deux études antérieures, nous avons d'ailleurs établi des relations fixant ces valeurs optima des pressions de prélèvement ou de resurchauffe pour le cas où la détente dans la turbine serait isentropique. Mais par suite de l'irréversibilité des phénomènes ayant lieu dans une turbine réelle, l'écoulement de la vapeur est accompagné d'un accroissement d'entropie, et cette circonstance modifie les valeurs optima des pressions auxquelles doivent être effectuées les opérations caractérisant les deux cycles envisagés. Pour tenir compte de la transformation réelle de la vapeur, il est donc nécessaire d'établir pour ces pressions optima de nouvelles expressions, et la détermination de ces grandeurs se trouve notablement facilitée grâce aux résultats obtenus au chapitre III qui permettent de tracer la ligne de détente d'une turbine sans recourir au calcul complet de celle-ci.

L'étude de ces deux cycles thermiques qui, dans toutes les centrales thermo-électriques modernes, ont entièrement supplanté l'ancien cycle à condensation pure (cycle de Rankine), nous permettra de déterminer non seulement les meilleures conditions de réalisation de chacun de ces cycles, mais aussi le rendement global pouvant être obtenu dans chaque cas particulier. La comparaison de ce rendement avec celui du cycle à condensation pure, réalisé entre les mêmes limites de pression et de température, permet, à son tour, de fixer le gain dû au réchauffage de l'eau condensée ou à la resurchauffe de la vapeur. Enfin, les relations qui seront établies au chapitre IV fourniront la possibilité de déterminer rapidement le gain résultant de l'adjonction d'un réchauffeur ou d'un resurchauffeur supplémentaire à une série de n appareils fonctionnant dans les conditions optima qui correspondent au cycle donné.

On voit donc que l'objet du chapitre IV peut être défini comme l'étude des cycles thermiques, compte tenu de l'irréversibilité des transformations ayant lieu dans une turbine réelle. Mais là ne se borne pas l'influence de cette irréversibilité sur le rendement d'un cycle donné. En effet, dans de nombreux cas, la vapeur d'échappement d'une turbine, au lieu d'être rejetée à la source froide, trouve une nouvelle utilisation dont l'efficacité dépend de l'état de la vapeur à la fin de la détente ; or, cet état final est déterminé par la succession des réchauffages subis par la vapeur dans les différentes cellules, de sorte que ces réchauffages exercent une influence, non seulement sur la quantité d'énergie utilisée dans la turbine, mais aussi sur celle qui est utilisable à la sortie de cette machine. Une définition complète du rendement d'une turbomachine motrice doit donc tenir compte de cette double utilisation de l'énergie contenue dans le fluide, et c'est à l'étude de cette question que nous consacrerons le chapitre V. Nous verrons, en particulier, que l'énergie utilisable à la sortie d'une turbine ne doit pas être évaluée, sans discrimination, d'après le théorème de Gouy, car celui-ci n'est applicable que dans certains cas qui, d'ailleurs, sont sans intérêt pour la pratique industrielle. Nous aurons donc à établir, en vue des applications pratiques, une autre expression de l'accroissement d'énergie utilisable, et cette expression nous permettra de trouver la définition cherchée du rendement des turbines à vapeur ou à gaz.

Après cette étude des turbo-machines motrices, nous passerons à celle des machines réceptrices et, en premier lieu, des compresseurs de gaz parfaits (chap. VI). Cette étude sera faite en utilisant les méthodes exposées ci-dessus et aboutira à des résultats présentant une certaine analogie avec ceux que nous aurons obtenus en étudiant la détente d'un gaz parfait dans une machine motrice (chap. II). Toutefois, pour tenir compte de certaines particularités caractérisant le fonctionnement des turbo-compresseurs, nous aurons à introduire dans notre étude les transformations dites polytropiques, ainsi que la notion de rendement fondée sur ces transformations. Nous montrerons, en particulier, le rôle important joué par le rendement polytropique dans l'étude des turbo-machines réceptrices, étude qui est fondée sur la théorie de la similitude d'Auguste Rateau.

C'est également l'usage de cette notion qui permet le mieux d'analyser le fonctionnement d'un compresseur refroidi. Nous verrons, en effet, au chapitre VII, que les théories relatives à cette question et établies sans tenir compte de la constance du rendement polytropique conduisent à des résultats inadmissibles et même contradictoires. De plus, nous procéderons à l'étude des compresseurs refroidis par les mêmes méthodes de calcul qu'au cas des cycles thermiques de la vapeur d'eau, et nous établirons des formules permettant de déterminer, d'une part, les pressions optima auxquelles doit être effectuée la réfrigération du fluide et, d'autre part, le gain maximum résultant de cette opération. De la même manière, nous étudierons ensuite (chap. VIII) la compression de la vapeur d'eau avec ou sans réfrigération, cette dernière pouvant être continue ou fractionnée.

Devant cette diversité des opérations pouvant se rencontrer dans les turbo-machines, on conçoit facilement combien il serait vain de chercher à établir une formule générale définissant le rendement de ces appareils. On sait d'ailleurs que, même limitée à un cas particulier, la notion de rendement peut correspondre à plusieurs définitions différentes dont chacune conduit à une valeur numérique bien déterminée ; cette valeur du rendement ne peut donc avoir un sens précis que si l'on connaît exactement la définition qui lui sert de base. Le choix de la définition du rendement, pour chaque opération particulière, peut donc être considéré, dans une certaine mesure, comme arbitraire. Pour donner à la notion de rendement un sens aussi précis et, en même temps, aussi général que possible, il importe donc d'établir un certain nombre de principes fondamentaux d'où la définition du rendement correspondant à chaque cas envisagé puisse être tirée comme une simple conséquence ; c'est à la recherche de ces principes que nous consacrerons le neuvième et dernier chapitre de cette étude.

CHAPITRE II

LA DÉTENTE POLYTROPIQUE D'UN GAZ PARFAIT

La détente et la compression d'un gaz parfait sont le plus souvent étudiées au moyen du diagramme dynamique ($p-v$) qui représente la variation de la pression du gaz en fonction de son volume ou de son volume spécifique lorsqu'on raisonne sur une unité de poids du fluide envisagé. Pour faciliter la transition entre le cas du gaz et celui de la vapeur surchauffée ou saturée, nous utiliserons dans notre étude le diagramme entropique ($T-S$) où l'état du fluide est caractérisé par la température et l'entropie, et où les quantités de chaleur ou de travail sont représentées de même, d'ailleurs, que dans le diagramme $p-v$ par des surfaces. Nous exprimerons donc l'énergie fournie ou absorbée au cours d'une transformation au moyen d'unités thermiques (calories), tandis que l'utilisation du diagramme $p-v$ implique l'emploi d'unités mécaniques (kilogrammes-mètres).

L'état initial du fluide destiné à être détendu dans une machine motrice est toujours défini par la pression p_1 et la température t_1 ; nous considérerons dans tous nos calculs la température absolue du gaz que nous désignerons par le symbole T et, pour l'état initial, par T_1 . Les autres données du problème sont : la pression finale p_2 , le nombre d'étages de la turbomachine n et le rendement d'étage ε . Aussi bien pour les pressions p_1 et p_2 que pour les pressions intermédiaires p , nous considérerons leurs valeurs absolues exprimées en kg m^2 (et non les différences entre ces pressions absolues et la pression atmosphérique, différences qu'on appelle « pressions effectives »). Enfin, en ce qui concerne les n étages de détente, nous admettrons qu'ils fonctionnent tous avec le même rendement ε et, de plus, qu'ils soient tous dimensionnés

pour dégager la même quantité d'énergie q' (en calories par kilogramme de fluide); ces deux hypothèses ont pour conséquence la constance de la quantité d'énergie utile q'_u développée dans chaque étage, cette quantité étant donnée par la relation :

$$q'_u = q' \times \rho'. \quad (1)$$

Ajoutons que nous considérerons chaque étage ou cellule de la machine comme un ensemble ou une entité indivisible où toutes les pertes sont localisées, par exemple, à la sortie de l'aubage mobile. Parmi ces pertes, nous ne nous occuperons d'ailleurs que de celles qui ont pour effet une variation de l'état (c'est-à-dire, dans le cas actuel, de la température) du fluide, savoir les pertes par frottement, par choc, par remous, par fuites internes etc.; seules ces pertes qui ont lieu à l'intérieur de la machine interviendront donc dans la valeur du rendement d'étage ρ' . Nous laisserons, par contre, de côté les pertes externes dues au rayonnement, au frottement des paliers ou au manque d'étanchéité entre la partie intérieure de la machine et l'atmosphère ambiante, ainsi que la perte par vitesse restante à l'échappement de la turbine.

Ceci posé, considérons une turbo-machine motrice comportant un seul étage de détente entre les pressions extrêmes p_1 et p_2 . Dans le diagramme entropique, le point figuratif de l'état initial du fluide sera défini par l'intersection de l'isobare p_1 avec l'isotherme T_1 ; l'abscisse de ce point d'intersection A (fig. 1) est l'entropie S_1 du fluide à l'état initial. Si la détente est effectuée dans une machine parfaite, elle n'est accompagnée d'aucun échange de chaleur avec l'extérieur et satisfait à la condition de la réversibilité. Dans une telle machine idéale, cette transformation est donc adiabatique et isentropique, et sa représentative dans le diagramme entropique est la droite AB parallèle à l'axe des ordonnées. C'est le point d'intersection de la droite AB avec l'isobare p_2 qui définit la température finale T_2 de la détente adiabatique envisagée.

Nous avons admis que le fluide se détendant dans la turbo-machine était un gaz parfait. Nous admettrons également, pour simplifier, que les chaleurs spécifiques de ce fluide à pression constante (C) et à volume constant (c) restent invariables; il en sera donc de même de leur rapport $\gamma = \frac{C}{c}$. La quantité d'énergie

dégagée par la détente adiabatique d'un kilogramme de gaz est alors donnée par l'expression particulièrement simple :

$$q_a = C (T_1 - T_2).$$

Comme la température finale T_2 ne fait pas partie

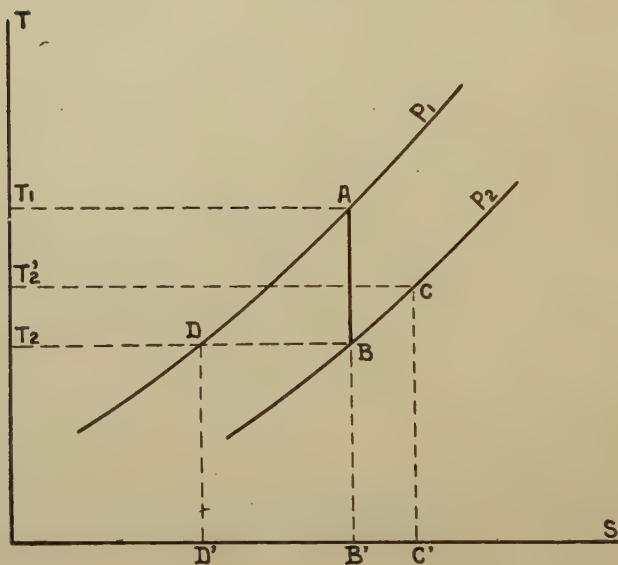


Fig. 4.

Détente d'un gaz parfait
dans une turbo-machine monocellulaire.

des données, l'expression de l'énergie doit être transformée de manière à n'y faire figurer, en plus des grandeurs dépendant de la nature du gaz, que la température T_1 et les pressions p_1 et p_2 ou leur rapport $\frac{p_2}{p_1}$ que nous désignerons par le symbole m . On obtient ainsi la relation :

$$q_a = CT_1 \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (2)$$

où, pour les gaz diatomiques, $\gamma = 1,41$ et $\frac{\gamma-1}{\gamma} = 0,29$.

La machine envisagée ne comportant qu'un seul étage de détente, l'énergie dégagée au cours de cette transformation (q') se confond avec la quantité totale d'énergie disponible (q_a) ; la relation (2) exprime donc, dans ce cas particulier, indifféremment les grandeurs q' et q_a qui correspondent respectivement à un seul étage et à l'ensemble de la machine motrice.

Conformément aux relations (1) et (2), l'énergie utilisée sera exprimée par :

$$q_u = \rho' q' = \rho' CT_1 \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right), \quad (3)$$

et comme la production d'énergie utile ne peut avoir lieu que dans l'unique étage de détente de la machine, le deuxième membre de la relation (3) exprime également la quantité totale d'énergie utilisée q_u . Nous avons donc, d'une part, l'égalité :

$$q_u = q'_u,$$

et d'autre part (par définition) :

$$q_u = \rho q_a$$

où ρ est le rendement total de la turbine (1).

Comme, de plus :

$$q'_u = \rho' q' \text{ et } q' = q_a,$$

nous pouvons écrire ;

$$\rho' = \rho.$$

En effet, étant donné que nous ne considérons dans cette étude que les phénomènes physiques qui se produisent à l'intérieur des étages de détente de la turbine, et non en dehors de ceux-ci, nous n'avons à faire aucune

(1) Bien entendu, ρ et ρ' sont des rendements *internes*, étant donné que nous faisons abstraction de toutes les pertes n'influençant pas l'état du fluide moteur.

distinction entre la turbine monocellulaire considérée comme un ensemble et l'étage de détente qui est son unique élément. En particulier, les pertes se produisant dans l'élément et dans l'ensemble sont identiques entre elles, ainsi que cela résulte d'ailleurs des égalités :

$$q_a = q' \quad \text{et} \quad q_u = q'_u$$

d'où :

$$q_a - q_u = q' - q'_u$$

La différence entre la quantité d'énergie disponible et celle utilisée représente, en effet, l'énergie perdue qui peut, d'ailleurs, être exprimée également comme suit :

$$(1 - \rho)q_a = (1 - \rho')q'.$$

Cette énergie, qui n'est pas utilisée sous forme mécanique, se transforme en chaleur et a pour effet un accroissement de température du fluide moteur. Sa température réelle à la sortie de la turbine sera donc $T'_2 > T_2$, et résultera de la relation :

$$C (T_1 - T'_2) = q_u = \rho q_a.$$

Dans le diagramme entropique (fig. 1), le point représentant l'état du fluide à la sortie de la turbine se trouvera donc sur l'isobare p_2 à droite du point B qui figure l'aboutissement de la détente adiabatique; le point cherché C sera défini par l'intersection de l'isobare p_2 et de l'isotherme T'_2 .

Dans ce qui précède, nous avons déterminé les valeurs de l'énergie dégagée, utilisée ou perdue au moyen d'un calcul direct, sans recourir à la représentation de ces différentes énergies dans le diagramme entropique. Pour la suite de notre étude il sera néanmoins utile de pouvoir opérer, au lieu de relations algébriques, avec des figures géométriques tracées dans le diagramme T/S et dont les surfaces sont proportionnelles aux quantités d'énergie envisagées. Signalons, à ce sujet, que nous ne nous occupons pas dans ce chapitre de l'étude du cycle thermique proprement dit, mais uniquement de l'opération de détente qui ne forme qu'une partie du cycle décrit par le fluide moteur. Or, l'énergie

dégagée au cours de cette opération est représentée, dans le diagramme entropique, par la surface comprise entre les isobares p_1 et p_2 et limitée à droite par l'adiabatique AB. Par suite de la propriété bien connue des isobares, qui sont des courbes logarithmiques, cette surface est équivalente à celle du trapèze D'DAB' dont le côté DA est curviligne. De même, l'énergie perdue est représentée par la surface B'BCC' et, par conséquent, l'énergie utilisée est donnée par la différence D'DAB' — B'BCC'. Le rendement de la turbine ρ , qui, dans ce cas particulier, se confond avec le rendement d'étage ρ' , est donc défini par la relation :

$$\rho = \rho' = \frac{D'DAB' - B'BCC'}{D'DAB'} = 1 - \frac{B'BCC'}{D'DAB'}$$

Telles sont les conclusions qui se dégagent de l'étude du fonctionnement d'une turbo-machine motrice monocellulaire. Bien entendu, les abscisses des points C et D de la figure 1 peuvent facilement être déduites de la valeur des différentes surfaces indiquées sur le diagramme, en utilisant l'équation caractéristique des isobares pour un gaz parfait.

Supposons maintenant qu'au lieu d'un seul étage de détente, la turbine comporte deux cellules fonctionnant en série et ayant le même rendement ρ' . La détente du fluide entre les pressions p_1 et p_2 sera alors divisée en deux parties, la première entre p_1 et p , et la seconde entre p et p_2 , p étant la pression intermédiaire entre les deux cellules. Si la détente dans les deux cellules était effectuée sans pertes d'énergie, elle serait représentée, dans le diagramme entropique, par les adiabatiques AB et BC (fig. 2) dont l'ensemble est équivalent à l'adiabatique AB de la figure 1 ; l'énergie utilisée dans la turbine serait alors égale à l'énergie dégagée au cours de la détente, soit :

$$q_u = q_a = q_1 + q_2$$

où q_1 et q_2 sont respectivement les quantités d'énergie dégagées dans la première et la deuxième cellule de la turbine. En réalité, la détente dans les deux cellules est accompagnée de certaines pertes, et leur rendement ρ' est inférieur à l'unité. Admettons que ce rendement soit le même que celui que nous avons admis pour la

turbine monocellulaire, et examinons comment le fractionnement de la détente en deux phases influence le rendement total ρ de la turbine.

Tout d'abord, en appliquant à la première cellule les raisonnements que nous avons exposés en étudiant

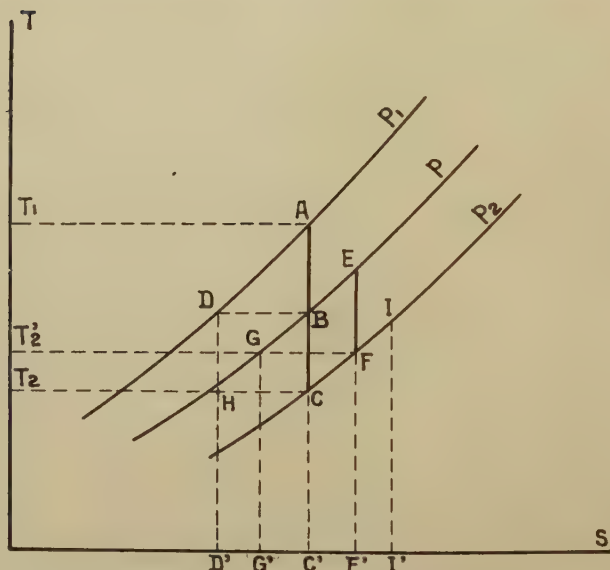


Fig. 2.

Détente d'un gaz parfait
dans une turbo-machine à deux cellules.

le fonctionnement de la turbine à un seul étage, nous aurons :

$$\rho' = \frac{D'DAC' - C'BEF'}{D'DAC'} = 1 - \frac{C'BEF'}{D'DAC'},$$

les aires $D'DAC'$ et $C'BEF'$ représentant respectivement l'énergie dégagée et l'énergie perdue dans la première cellule, et leur différence étant, par conséquent, équivalente à l'énergie utilisée dans la même cellule. Les pertes d'énergie dans la première cellule ont donc pour effet de déplacer le point figuratif de l'état

du gaz à la sortie de B en E. Mais on voit immédiatement que cet accroissement d'entropie conduit à une augmentation de l'énergie disponible dans la deuxième cellule, cette énergie étant représentée par l'aire $G'GEF'$ comprise entre les isobares p et p_2 et limitée à droite par l'adiabatique EF. Comme on peut écrire :

$$C'GEF' = D'HBC' + CBEF,$$

l'accroissement de l'énergie disponible à l'entrée de la deuxième cellule est représenté par l'aire du trapèze curviligne CBEF. En désignant cet accroissement par Δq , nous aurons donc :

$$q'_2 = q_2 + \Delta q$$

où q'_2 et q_2 désignent l'énergie dégagée par la détente dans la deuxième cellule respectivement suivant les transformations EF et BC.

Comme nous avons admis que les deux cellules ont le même rendement ρ' , l'énergie utilisée dans la turbine sera donnée par l'expression :

$$q_u = \rho'(q_1 + q'_2) = \rho'(q_1 + q_2 + \Delta q).$$

En rapportant l'énergie utilisée à celle qui serait fournie par une turbine idéale fonctionnant avec les mêmes valeurs de T_1 , p_1 et p_2 , nous obtiendrons l'expression du rendement total ρ :

$$\rho = \frac{q_u}{q_a} = \frac{\rho' (q_1 + q_2 + \Delta q)}{q_a},$$

ce qui nous permettra d'établir le rapport du rendement total à celui de chaque cellule :

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{q_1 + q_2 + \Delta q}{q_a} = \frac{q_a + \Delta q}{q_a} = 1 + \frac{\Delta q}{q_a}. \quad (4)$$

Le rapport du rendement total au rendement d'étage est donc égal au rapport de la somme des énergies disponibles dans les cellules à l'énergie qui serait dégagée dans une turbine idéale fonctionnant sans

perles. Comme ce dernier rapport est supérieur à l'unité par suite du réchauffage du fluide moteur à la sortie de chaque cellule, nous l'appellerons « coefficient de réchauffage » ; ce coefficient, que nous désignerons par le symbole μ , aura donc la valeur :

$$\mu = \frac{q_a + \Delta q}{q_a} . \quad (5)$$

En tenant compte de la relation (4), nous pouvons écrire :

$$\frac{\rho}{\rho'} = \mu . \quad (6)$$

Les relations (4) ou (6), qui expriment l'égalité bien connue entre le coefficient de réchauffage et le rapport $\frac{\rho}{\rho'}$, sont valables non seulement pour une turbine comportant deux étages de détente, mais aussi pour toute turbine multicellulaire où le nombre d'étages n peut être notablement supérieur à deux. Pour établir la relation cherchée entre la somme $\Sigma_1^n q$ (ou, ce qui revient au même, entre le rapport $\mu = \frac{\Sigma_1^n q}{q_a}$) et les variables T_1 , m , ρ' et n , il ne nous reste, conformément aux considérations exposées au chapitre précédent, qu'à trouver l'expression de $\Sigma_1^n q$ (ou de μ) en fonction de T_1 , m et ρ' pour $n = \infty$. En effet, il est évident que pour $n = 0$, $\Sigma_1^n q = 0$, et il en est de même du coefficient μ ; de plus, nous savons déjà que pour $n = 1$, le coefficient de réchauffage est égal à l'unité ($\mu = 1$), de sorte que $\Sigma_1^n q = q_a$ est donnée directement par l'expression (2). Seule la relation entre les grandeurs indiquées ci-dessus valable pour un nombre n infini manque donc pour nous permettre d'établir une expression générale de la somme des énergies dégagées au cours de la détente, ou du coefficient de réchauffage correspondant.

Il est évident que si le fractionnement de la détente dans la turbine est poussé à l'infini, la représentative de la transformation dans le diagramme entropique, qui est une ligne droite pour $n = 1$ (AB, fig. 1) ou

brisée pour n fini et supérieur à 1 (ABEF, fig. 2) (1), devient curviligne, les points qui figurent l'évolution du fluide moteur étant dans ce cas en nombre infini et formant ainsi une courbe continue. Ce n'est que dans ce cas — et c'est là un point important — que les points représentant l'état du fluide à l'entrée et à la

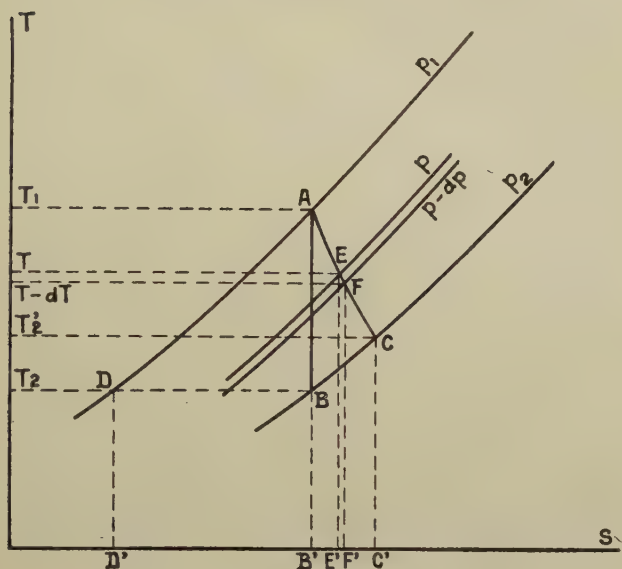


Fig. 3.

Détente d'un gaz parfait dans une turbo-machine comportant un nombre infini de cellules.

sortie de la turbine peuvent être reliés entre eux par une courbe ininterrompue (courbe AC, fig. 3). La transformation figurée par cette courbe porte le nom de détente « polytropique », et ce n'est que conventionnellement qu'on peut étendre cette dénomination

(1) Nous n'avons ici en vue que la suite des opérations fixant la valeur de $\Sigma_1^n q$, qui est la somme des énergies dégagées par la détente adiabatique dans les étages; nous pouvons donc faire abstraction du réchauffage à la sortie de la turbine (BC, fig. 1, ou FI, fig. 2), qui reste sans influence sur $\Sigma_1^n q$.

à l'ensemble des transformations ayant lieu dans une turbine à nombre de cellules fini et formant, par conséquent, une suite **discontinue**.

En comparant entre elles les figures 1 et 3 où les points homologues portent les mêmes repères, on voit qu'en passant de la première à la seconde, l'énergie dégagée par la détente s'accroît de la quantité représentée par la surface du triangle ABC dont le côté AC est curviligne. Mais il ne faudrait pas en déduire qu'il suffit de transposer cette courbe sur la figure 1 pour obtenir une interchangeabilité complète des deux diagrammes. En effet, si dans les deux cas le rendement d'étage ρ' est le même (ainsi que nous l'avons supposé), l'accroissement de l'énergie dégagée en passant de $n = 1$ à $n = \infty$ conduit à un accroissement proportionnel de l'énergie utilisée et, par conséquent, à une diminution de la quantité d'énergie transmise à la source froide. Aussi bien dans le cas de la figure 1 que dans celui de la figure 3, les pertes ayant lieu dans la turbine ont pour effet de verser à la source froide une quantité d'énergie supplémentaire représentée par la surface du trapèze B'BCC', et comme pour $n = \infty$ ces pertes sont plus faibles que pour $n = 1$, le point C de la figure 3 doit se trouver au-dessous (et à gauche) du point correspondant de la figure 1. Les deux figures ne sont donc superposables que pour la partie D'DAB' qui représente l'énergie q_a disponible dans une détente adiabatique entre l'état initial du fluide défini par p_1 , T_1 , et la pression finale p_2 .

Pour établir l'équation de la courbe AC, considérons un élément quelconque de la turbine où l'état initial du fluide est caractérisé par la pression p et la température T . La détente réelle du fluide entre les pressions p et $p - dp$ fournit une quantité d'énergie utilisée donnée par :

$$dq = - CdT,$$

dT étant la variation de température correspondant à l'élément envisagé et mesurée suivant la courbe de détente. La détente adiabatique du fluide entre les mêmes pressions fournirait une énergie s'exprimant par $\frac{dq}{\rho'}$ dont la partie servant au réchauffage est,

par conséquent, $\frac{1 - \rho'}{\rho'} dq$. Comme, d'autre part, le réchauffage du fluide, représenté sur la figure par la surface E'EFF', s'exprime également par TdS où dS est l'accroissement d'entropie entre les points E et F, nous aurons (en négligeant les infiniment petits du second ordre) :

$$\frac{1 - \rho'}{\rho'} dq = TdS,$$

ou, en remplaçant dq par sa valeur $dq = CdT$ et en séparant les variables :

$$dS = - \frac{1 - \rho'}{\rho'} C \frac{dT}{T}.$$

En intégrant entre les points A et E, nous obtenons :

$$S = S_1 + \frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T_1}{T}$$

où S_1 est l'entropie du fluide à l'état initial, et S son entropie au point envisagé.

De même, l'entropie S_2 correspondant à l'état final du fluide (point C) sera donnée par la relation :

$$S_2 = S_1 + \frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T_1}{T_2}, \quad (7)$$

T_2' étant la température du fluide à la sortie de la turbine.

Or, ni la température T_2' ni l'entropie S_2 ne figurent parmi les données définissant l'état du fluide s'échappant de la turbine. Nous devons donc chercher à substituer à l'une des deux variables de la relation (7), par exemple, à S_2 , la seule donnée relative à l'état final du fluide moteur, qui est la pression p_2 ; grâce à cette substitution, l'autre variable (la température T_2') sera définie directement en fonction des différentes données du problème.

Pour atteindre ce but, écrivons une nouvelle relation entre S_1 et S_2 , en considérant cette fois, au lieu

des points A et C, les points B et C se trouvant sur la même isobare p_2 . Nous aurons alors immédiatement :

$$S_2 = S_1 + C \ln \frac{T'_2}{T_2}. \quad (8)$$

En égalant entre elles les deux expressions de S_2 , nous pouvons écrire :

$$\frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T_1}{T'_2} = C \ln \frac{T'_2}{T_2}$$

d'où :

$$T'_2 = T_1^{1-\rho'} T_2^{\rho'}. \quad (9)$$

Nous avons obtenu ainsi une expression donnant la température finale réelle T'_2 en fonction de la température initiale T_1 , du rendement d'étage ρ' et de la température finale de la détente adiabatique T_2 . On voit immédiatement que pour $\rho' = 1$, $T'_2 = T_2$, tandis que pour $\rho' = 0$, $T'_2 = T_1$ (détente isothermique), ainsi qu'il fallait s'y attendre ; de plus, pour $\rho' = 0,5$, T'_2 est la moyenne géométrique des températures T_1 et T_2 .

Or, pour une détente adiabatique, les pressions et températures extrêmes sont liées par la relation bien connue :

$$T_2 = T_1 m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

m étant le rapport de détente $\frac{p_2}{p_1}$. En introduisant cette expression de T_2 dans (9), nous aurons donc :

$$T'_2 = T_1^{1-\rho'} \times T_1^{\rho'} m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\rho'} = T_1 m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\rho'}. \quad (10)$$

La loi de la détente polytrophique (pour $n = \infty$)

s'obtient donc en remplaçant dans la loi de la détente adiabatique l'exposant $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ par $\frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \rho'$.
On a ainsi la relation :

$$pv^{\alpha} = C^{te}$$

avec :

$$\alpha = \frac{\gamma}{\gamma - \rho'(\gamma - 1)}.$$

Comme pour des valeurs données de T_1 , m et ρ' , q_u et $\Sigma_1^n q$ ont leur valeur maximum lorsque $n = \infty$, nous désignerons l'énergie utilisée et l'énergie totale dégagée dans une turbine à nombre d'étages infini respectivement par $q_{u \max}$ et $q_{\max}$, et nous aurons pour la première de ces grandeurs :

$$q_{u \max} = CT_1 \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \rho'} \right), \quad (11)$$

et pour la seconde :

$$q_{\max} = \frac{q_{u \max}}{\rho'} = \frac{CT_1}{\rho'} \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \rho'} \right). \quad (12)$$

En effet, quel que soit le nombre de cellules, l'énergie utilisée (q_u) est toujours donnée par le produit de l'énergie effectivement dégagée ($\Sigma_1^n q$) et du rendement d'étage ρ' ; pour obtenir $\Sigma_1^n q$, il suffit donc toujours de diviser par ρ' la valeur correspondante de q_u dont l'expression (11) relative à $n = \infty$ s'obtient immédiatement en partant de la relation évidente :

$$q_u = C (T_1 - T_2')$$

et en y remplaçant T_2' par sa valeur tirée de (10).

Dans le diagramme entropique (fig. 3), l'accroissement d'énergie dégagée dû au réchauffage dans un nombre infini de cellules (ou la différence $q_{\max} - q_a$) est représenté par la surface du triangle curviligne

BAC, de même que dans le cas d'une turbine à deux cellules, cet accroissement est représenté par l'aire du trapèze curviligne CBEF (fig. 2). C'est donc l'utilisation, avec le rendement ρ' , de la quantité d'énergie représentée par l'aire BAC de la figure 3 qui a pour effet de rendre la surface B'BCC' de cette figure plus petite que celle de la surface correspondante de la figure 1.

Connaissant les expressions des quantités d'énergie $q_{\max}$ (12) et q_a (2), il est facile d'établir l'expression de leur rapport $\mu_{\max}$:

$$\mu_{\max} = \frac{q_{\max}}{q_a} = \frac{1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \rho'}}{\rho' \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}. \quad (13)$$

Le coefficient de réchauffage est donc indépendant aussi bien de la température initiale du gaz (T_1) que de sa chaleur spécifique (C) ; toutefois, l'expression (13) n'est valable que pour des fluides dont les chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant sont invariables, ainsi que nous l'avons supposé au début de ce chapitre.

Nous avons déjà vu, pour le cas d'une turbine à deux étages de détente, que le coefficient de réchauffage, qui, par définition, est égal au rapport $\frac{\sum q}{q_a}$, est en même temps égal au rapport du rendement total ρ au rendement d'étage ρ' (6). Cette conclusion reste, évidemment, valable aussi pour $n = \infty$, de sorte que nous pouvons écrire :

$$\frac{\rho_{\max}}{\rho'} = \mu_{\max}. \quad (6')$$

Le rendement $\rho_{\max}$ sera donc donné par la relation :

$$\rho_{\max} = \frac{1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \rho'}}{1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}},$$

relation qui peut aussi être établie directement en se

rappelant que, pour des valeurs données de T_1 et de ρ' , le numérateur et le dénominateur de la fraction sont proportionnels respectivement aux températures T_2 et T_2 . En effet, quel que soit le nombre n , on a toujours :

$$\rho = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2}.$$

L'expression du coefficient $\mu_{\max}$ permet donc de se rendre compte dans quelle mesure l'accroissement de l'énergie dégagée dû au réchauffage est susceptible d'atténuer l'influence des pertes sur le rendement de la turbine. Ainsi que le montre l'expression (13), cette atténuation est d'autant plus sensible que le rapport de détente m et le rendement d'étage ρ' sont plus faibles. Il est intéressant de noter que, quelle que soit la valeur de ρ' , le coefficient $\mu_{\max}$ tend vers $\frac{1}{\rho'}$, lorsque m tend vers zéro ; dans le cas limite où $m = 0$, on a :

$$\rho_{\max} = \rho' \mu_{\max} = 1,$$

de sorte que toutes les pertes produites au cours de la détente sont intégralement récupérées, et la valeur de ρ' n'exerce aucune influence sur celle de $\rho_{\max}$. Par contre, lorsque le rapport de détente est égal à l'unité, le rendement $\rho_{\max} = \frac{0}{0}$, et il est facile de voir que la vraie valeur de cette expression est $\rho_{\max} = \rho'$, de sorte que $\mu_{\max} = 1$; cette dernière conclusion pourrait aussi être établie directement en considérant la relation (13) qui, pour $m = 1$, conduit à $\mu_{\max} = \frac{0}{0}$, et en cherchant la vraie valeur de cette expression.

En ce qui concerne l'influence sur $\mu_{\max}$ du rendement d'étage ρ' , on constate, tout d'abord, que pour $\rho' = 1$, $\mu_{\max}$ est toujours égal à l'unité, quelle que soit la valeur de m . D'autre part, si $\rho' = 0$, l'expression de $\mu_{\max}$ devient indéterminée : $\mu_{\max} = \frac{0}{0}$. En dérivant simultanément les deux termes de la fraction

figurant au membre de droite de la relation (13), on obtient :

$$\frac{-\ln m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \times m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rho'}{1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}},$$

de sorte que, pour $\rho' = 0$:

$$\mu_{\max} = \frac{-\ln m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{-\ln m}{\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}.$$

Or, le numérateur et le dénominateur de cette dernière fraction sont proportionnels aux quantités d'énergie dégagées respectivement par la détente isothermique et par la détente adiabatique du fluide à partir de la même température initiale et pour le même rapport m . Cette valeur de $\mu_{\max}$ confirme donc le résultat que nous avons obtenu directement en considérant l'expression (9) et en y posant $\rho' = 0$. Signalons que pour $\rho' = 0$, le coefficient $\mu_{\max}$ varie en sens inverse du rapport de détente m .

Appliquons les résultats ainsi trouvés au cas des gaz parfaits diatomiques pour lesquels $\frac{\gamma-1}{\gamma} = 0,29$. Nous aurons alors :

$$\mu_{\max} = \frac{1 - m^{0,29} \rho'}{\rho' (1 - m^{0,29})} \quad (13')$$

avec : $\mu_{\max} = \frac{1}{\rho'}$ pour $m = 0$,

$$\mu_{\max} = 1 \text{ pour } m = 1 \quad \text{ou pour } \rho' = 1,$$

et enfin :

$$\mu_{\max} = \frac{-\ln m}{\frac{1}{0,29} (1 - m^{0,29})} \quad \text{pour } \rho' = 0.$$

La variation de $\mu_{\max}$ en fonction de m et de ρ' , suivant la relation (13'), est représentée par les courbes de la figure 4. Cette figure montre que pour les faibles

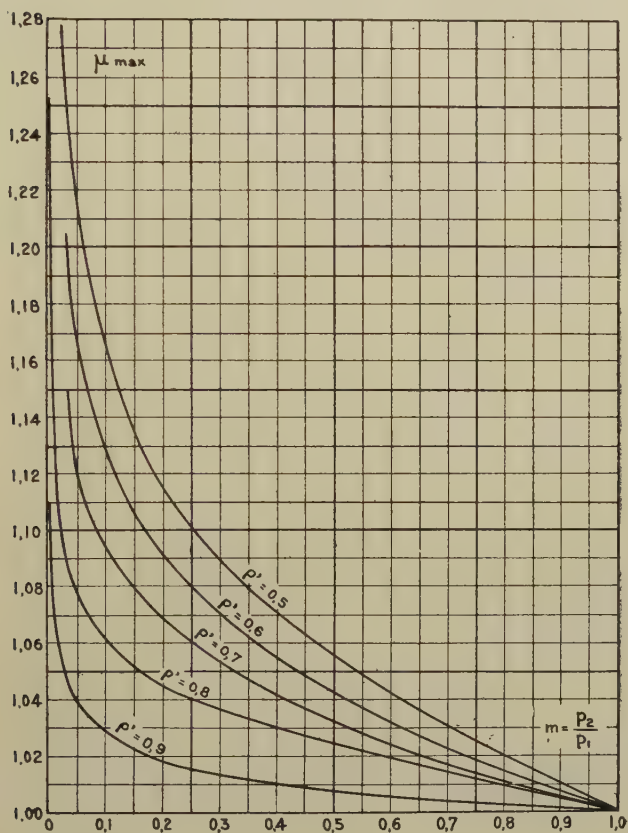


Fig. 4.
Coefficient de réchauffage maximum
pour la détente d'un gaz parfait diatomique.

valeurs de ρ' , la différence $\mu_{\max} - 1$ est loin d'être négligeable, même lorsque le rapport $m = \frac{p_2}{p_1}$ est relativement élevé.

Mais les valeurs du coefficient de réchauffage données par l'expression (13) et, pour les gaz diatomiques, par la figure 4, ne sont valables que pour une turbine comportant un nombre infini d'étages de détente. Pour établir une expression générale du coefficient μ , valable pour un nombre n quelconque, nous devons, ainsi que nous l'avons signalé, relier entre elles par une formule d'interpolation les trois valeurs particulières de la fonction $\mu = f(n)$ que nous connaissons déjà et qui correspondent à $n = 0$, $n = 1$ et $n = \infty$. Cette fonction peut être mise sous la forme :

$$\mu = a - \frac{b}{c + n}$$

où les coefficients a , b et c seront déterminés comme suit :

$$1) \text{ pour } n = \infty, \quad \mu = \mu_{\max} = a;$$

$$2) \text{ pour } n = 1, \quad \mu = 1 = \mu_{\max} - \frac{b}{c + 1};$$

$$\text{enfin, } 3) \text{ pour } n = 0, \quad \mu = 0 = \mu_{\max} - \frac{b}{c}.$$

En résolvant les deux équations comportant les inconnues b et c , on obtient :

$$b = \mu_{\max}(\mu_{\max} - 1)$$

$$\text{et} \quad c = \mu_{\max} - 1.$$

L'expression de μ devient ainsi :

$$\mu = \mu_{\max} - \frac{\mu_{\max}(\mu_{\max} - 1)}{\mu_{\max} - 1 + n}$$

ou, sous une autre forme :

$$\mu = \frac{n\mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1}. \quad (14)$$

Il est évident que le cas $n = 0$ ne se rencontre jamais dans la pratique, car il correspond à l'absence

de tout étage de détente, les orifices d'admission et d'échappement de la turbine étant séparés par une cloison étanche. Il serait d'ailleurs facile d'éviter le recours à cette fiction, soit en remplaçant $n = 0$ par $n = 2$ et en déterminant la valeur correspondante de μ , soit en se contentant d'exprimer la relation entre μ et n sous la forme plus simple :

$$\mu = a - \frac{b}{n}$$

d'où l'on tire facilement :

$$\frac{\mu - 1}{\mu_{\max} - 1} = \frac{n - 1}{n}.$$

D'après cette relation, le rapport :

$$\nu = \frac{\mu - 1}{\mu_{\max} - 1}$$

que nous appellerons le « coefficient de réchauffage relatif » ne dépend que du nombre de cellules n . Par contre, conformément à l'expression (14), ce rapport dépend non seulement du nombre n , mais aussi du coefficient $\mu_{\max}$ (donc, de m et de ρ'). En effet :

$$\nu = \frac{n - 1}{\mu_{\max} + n - 1}, \quad (15)$$

de sorte que ν varie (d'ailleurs, d'une manière peu sensible) en sens inverse de $\mu_{\max}$. L'expression (15) montre également que déjà pour $n = 2$ (fractionnement de la détente en deux phases), la récupération des pertes atteint près de la moitié de celle qui correspond à $n = \infty$, ν étant, dans ce cas, peu différent de 0,5.

Grâce aux expressions (2), (13) et (14), nous pouvons établir facilement une relation générale donnant la quantité totale d'énergie dégagée $\Sigma_i q$ en fonction de T_1 , m , ρ' , n (et aussi de C , s'il s'agit de plusieurs

gaz ayant des chaleurs spécifiques différentes). En effet, nous avons, par définition :

$$\Sigma_1^n q = \mu q_a,$$

de sorte qu'en remplaçant μ et q_a par leurs valeurs, nous pouvons écrire :

$$\Sigma_1^n q = \frac{n\mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1} \text{CT}_1 \left(1 - m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right). \quad (16)$$

Il suffit de remplacer dans (16) $\mu_{\max}$ par sa valeur donnée par (13) pour obtenir la relation cherchée entre l'énergie dégagée et les différentes variables qui définissent les propriétés physiques du fluide moteur et les conditions de fonctionnement de la turbine.

L'expression (16), combinée avec (13), fournit donc la solution générale du problème que nous nous sommes proposé de résoudre dans ce chapitre. Il est d'ailleurs évident qu'au point de vue auquel nous nous sommes placé dans cette étude, la connaissance de $\Sigma_1^n q$ présente moins d'intérêt que celle du rapport de cette grandeur à q_a , rapport qui définit le coefficient de réchauffage μ et qui est exprimé par les relations (13) et (14). La première de ces deux relations n'est valable, bien entendu, que pour les gaz parfaits; il n'en résulte cependant nullement que cette relation ne présente qu'un intérêt purement théorique, et qu'elle ne soit pas susceptible d'être utilisée pour la solution de problèmes se rencontrant dans la pratique industrielle. En effet, en plus de son utilité pour l'étude de la détente de la vapeur surchauffée, l'expression (13) peut être appliquée directement dans tous les cas où le fluide moteur peut être considéré pratiquement comme un gaz parfait, et ces cas sont, à l'heure actuelle, suffisamment nombreux. Ainsi, dans certains procédés utilisés dans l'industrie chimique, le gaz traité doit être soumis à une compression souvent assez importante, et comme le traitement proprement dit n'occasionne qu'une perte de charge assez faible, on a intérêt à détendre le gaz dans une turbine appropriée, afin de récupérer une partie de la puissance absorbée par le compresseur. D'autres cas de détente de gaz sont présentés par les turbines de commande des soufflantes de suralimentation de moteurs à com-

bustion interne, ou des soufflantes desservant des chaudières où la combustion se produit sous une pression supérieure à la pression atmosphérique; dans ces deux derniers cas, la turbine motrice reçoit les gaz d'échappement du moteur, ou bien les gaz résultant de la combustion, et si la détente de ces gaz est effectuée en plusieurs phases, il peut être utile de pouvoir déterminer rapidement le coefficient de réchauffage correspondant.

Quant à l'expression (14) donnant la valeur du coefficient μ en fonction de $\mu_{\max}$ et de n , elle traduit une loi purement formelle et est, par conséquent, valable non seulement pour les gaz parfaits, mais aussi pour la vapeur surchauffée ou saturée dont la détente dans une turbine motrice fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE III

LA DÉTENTE POLYTROPIQUE DE LA VAPEUR D'EAU SURCHAUFFÉE OU SATURÉE

De même que dans le cas d'un gaz parfait, l'expression du coefficient de réchauffage pour la vapeur d'eau surchauffée ou saturée sera établie à l'aide d'une formule d'interpolation reliant entre elles les valeurs de μ relatives à $n = 0$, $n = 1$ et $n = \infty$. Comme cette formule, c'est-à-dire la relation entre μ , $\mu_{\max}$ et n reste celle que nous avons établie pour le cas d'un gaz parfait (car, quelles que soient les propriétés du fluide moteur, on a toujours, pour $n = 0$, $\mu = 0$, pour $n = 1$, $\mu = 1$, et, enfin, pour $n = \infty$, $\mu = \mu_{\max}$), il nous suffira de trouver l'expression de $\mu_{\max}$ en fonction des conditions de fonctionnement de la turbine pour être en mesure de déterminer la valeur de μ en fonction des mêmes variables et du nombre de cellules n .

Pour établir cette expression de $\mu_{\max}$, nous devons tenir compte du fait qu'au cours de sa détente dans une turbine, la vapeur peut se trouver soit dans une phase pure (vapeur surchauffée), soit en contact avec une quantité variable d'eau liquide (vapeur saturée et humide). Nous étudierons successivement les lois de la détente polytropique correspondant à ces deux cas.

A. Vapeur surchauffée.

A l'époque où, dans les applications industrielles, la pression de la vapeur d'eau était relativement faible, ce fluide, pris à l'état de surchauffe, pouvait être assimilé, avec une approximation suffisante, à un gaz parfait. En particulier, le rapport de ses chaleurs

spécifiques à pression constante et à volume constant $k = \frac{C}{c}$ pouvait être considéré comme une grandeur invariable (1,30 ou 1,31, suivant les auteurs), de sorte que la loi de sa détente adiabatique ne différerait que par la valeur de l'exposant de celle définissant la détente adiabatique d'un gaz parfait :

$$\rho v^k = C''.$$

Dans la mesure où cette approximation est admissible, l'énergie dégagée par la détente adiabatique d'un kilogramme de vapeur surchauffée est donnée par une expression de même forme que (2) :

$$q_a = CT_1 \left(1 - m^{\frac{k-1}{k}} \right). \quad (2')$$

Cette expression présuppose que non seulement le rapport $k = \frac{C}{c}$, mais aussi la chaleur spécifique C conserve une valeur constante, ou bien qu'on puisse, sans commettre une erreur sensible, attribuer à C une certaine valeur moyenne. S'il en est ainsi, nous pouvons écrire, par analogie avec (12) :

$$\mu_{\max} = \frac{CT_1}{\rho'} \left(1 - m^{\frac{k-1}{k} \rho'} \right) \quad (12')$$

d'où :

$$q_{\max} = \frac{1 - m^{\frac{k-1}{k} \rho'}}{\rho' \left(1 - m^{\frac{k-1}{k}} \right)}. \quad (13'')$$

En effet, en admettant les hypothèses simplificatrices que nous venons de préciser, la loi de la détente polytropicque (pour $n = \infty$) s'obtient, dans le cas de la vapeur surchauffée, de même que dans celui d'un gaz parfait, en multipliant l'exposant de la loi de la détente adiabatique par le rendement d'étage ρ' . C'est d'ailleurs en étudiant la détente de la vapeur surchauffée et en assimilant ce fluide à un gaz parfait

que Martin et Callendar ont établi cette propriété de la détente polytropique (1).

Mais depuis que les progrès réalisés dans la métallurgie et dans la technique de la vaporisation ont rendu possibles la production et l'utilisation de la vapeur d'eau à pression très élevée (quelquefois voisine de la pression critique), l'approximation consistant à admettre pour k et pour C des valeurs constantes est devenue nettement insuffisante. Ainsi, par exemple, pour une pression de 120 kg/cm^2 , la chaleur spécifique C passe à peu près du simple au triple lorsque la température de la vapeur varie de 500 à 325° ; nous verrons plus loin que le rapport

$k = \frac{C}{c}$ subit des variations plus faibles, mais, cepen-

dant, suffisamment sensibles. On conçoit que, dans ces conditions, l'emploi d'une relation telle que (12') puisse entraîner des erreurs très importantes qui sont d'autant plus inadmissibles qu'elles peuvent facilement dépasser en valeur absolue la différence $\mu_{\max} - 1$ qui fait l'objet de nos recherches. D'autre part, en essayant de substituer à (12') une relation plus précise tenant compte des variations de C et de k avec la pression et la température de la vapeur, on arriverait à une expression très compliquée et se prêtant mal aux applications numériques. L'emploi d'une telle expression semble particulièrement difficile à accepter lorsqu'on se rappelle avec quelle facilité la valeur exacte de q_a peut être obtenue sans aucun calcul, à l'aide d'une simple lecture sur le diagramme de Mollier (enthalpie/entropie); il serait, en effet, inadmissible que, contrairement à cette méthode si simple donnant la valeur cherchée de q_a presque instantanément, la recherche de $q_{\max}$ exigeât des calculs longs et laborieux.

C'est ici qu'intervient le deuxième artifice caractérisant la méthode de calcul que nous avons adoptée

(1) Ces deux auteurs ont utilisé, pour leur démonstration, le diagramme dynamique p/v ; nous estimons que le diagramme T/S est mieux approprié à cette étude, car il permet d'arriver plus rapidement au résultat cherché. L'usage du diagramme p/v semble d'autant plus surprenant que pour le cas de la vapeur saturée, aussi bien Martin que Callendar ont eu recours au diagramme T/S . Ils ont d'ailleurs appliqué, dans ce dernier cas, des méthodes de calcul différentes de la nôtre, et les résultats qu'ils ont trouvés diffèrent aussi bien entre eux qu'avec celui auquel nous arriverons dans la deuxième partie de ce chapitre.

pour la recherche du coefficient de réchauffage μ . Il consiste à ne pas calculer directement la valeur de $q_{\max}$ en partant des conditions de fonctionnement de la turbine, mais à la déduire de la relation :

$$q_{\max} = q_a \times \mu_{\max},$$

relation où la grandeur q_a est donnée immédiatement par le diagramme de Mollier, et où le coefficient $\mu_{\max}$, au lieu de ne dépendre que de m et de ρ' , est déterminé lui-même au moyen du diagramme entropique. Cette méthode revient donc à rejeter la relation (12') contenant la chaleur spécifique C , dont les variations sont trop importantes, et à n'utiliser que la relation (13''), en attribuant à l'exposant $\frac{k-1}{k}$ (qui, d'ailleurs, varie bien moins que C)

non pas une certaine valeur constante, mais une valeur moyenne établie d'avance pour chaque cas particulier. C'est en vue de la détermination de cette valeur

moyenne de $\frac{k-1}{k}$ que nous aurons à nous servir du diagramme entropique qui interviendra ainsi dans la recherche de chacun des deux termes du produit $q_a \times \mu_{\max}$ définissant l'énergie $q_{\max}$. La valeur de $\mu_{\max}$ étant ainsi déterminée, il suffira de l'introduire dans la relation (14) pour trouver le coefficient de réchauffage μ correspondant au nombre n donné.

Tout d'abord, afin de bien illustrer l'écart entre les propriétés physiques de la vapeur d'eau surchauffée et celles d'un gaz parfait, nous avons déterminé, pour différentes pressions et températures initiales (p_1 et t_1),

la valeur moyenne de la grandeur $R = \frac{pv}{T}$, en admet-

tant que la vapeur soit dans chaque cas détendue isentropiquement jusqu'à la limite de saturation. Cette valeur moyenne est donc définie par :

$$R_m = \frac{1}{2} \left(\frac{p_1 v_1}{T_1} + \frac{p_2 v_2}{T_1} \right),$$

p_1 , v_1 , T_1 étant la pression, le volume spécifique et la température absolue à l'état initial de la vapeur, et p_2 , v_2 , T_2 désignant les mêmes grandeurs à la fin

de la détente. La figure 5 montre que R_m subit des variations importantes, particulièrement dans la zone des pressions élevées et des basses températures, et ces variations justifient suffisamment la nécessité de chercher pour la vapeur surchauffée une méthode de

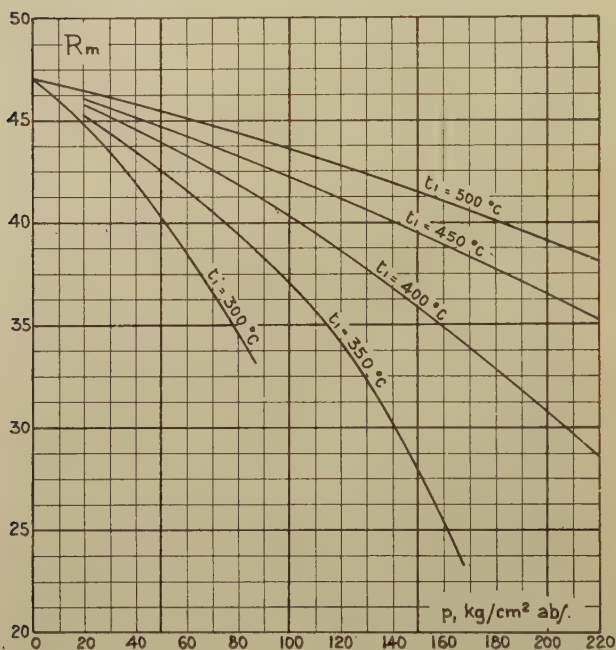


Fig. 5.

Coefficient R_m de la vapeur surchauffée pour une détente isentropique aboutissant à la limite de saturation.

calcul de $\mu_{\max}$ différente de celle que nous avons appliquée au cas des gaz parfaits.

Or, si nous admettons pour $\frac{k-1}{k}$ une valeur moyenne ne dépendant que de l'état initial de la vapeur, cette valeur pourra être déduite immédiatement des

grandeurs p_1 , T_1 , p_2 et T_2 définies ci-dessus; en effet, comme :

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2},$$

on peut écrire :

$$\frac{k-1}{k} = \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\ln \frac{p_1}{p_2}}. \quad (17)$$

Pour tout groupe de valeurs de p_1 et de T_1 , l'expression (17) est valable pour autant que la détente isentropique se trouve située entièrement dans la zone de la vapeur surchauffée. En admettant que la détente soit toujours poursuivie jusqu'à la limite ainsi définie (c'est-à-dire jusqu'à la courbe de saturation), on

constate que $\frac{k-1}{k}$ varie, en fonction de l'état initial de la vapeur, d'après les courbes de la figure 6. L'examen de cette figure montre que les variations de $\frac{k-1}{k}$

avec la pression et la température initiales de la vapeur sont très sensibles, de sorte que l'adoption pour cette grandeur d'une valeur constante, quelles que soient la pression et la température initiales p_1 et t_1 , pourrait conduire à des erreurs appréciables.

Comme, pour le tracé de la figure 6, nous avons admis que la détente isentropique de la vapeur aboutissait à la limite de saturation, cette figure est applicable à l'étude de la détente dans toute turbine à condensation — à condition, bien entendu, de limiter son emploi à la portion de la détente située dans la zone de la vapeur surchauffée. D'ailleurs, même au cas où la turbine fonctionne à contre-pression élevée et que la détente isentropique de la vapeur n'atteint pas la limite de saturation, le coefficient de réchauffage cherché $\mu_{\max}$ peut toujours être déterminé à l'aide des valeurs de $\frac{k-1}{k}$ données par la figure 6, bien que dans ce cas ces valeurs ne soient pas rigoureusement

exactes. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer l'expression :

$$\mu_{\max} = \frac{q_{\max}}{q_a} = \frac{1 - m^{\frac{k-1}{k}} \rho'}{\rho' \left(1 - m^{\frac{k-1}{k}}\right)};$$

en admettant que le numérateur de la dernière frac-

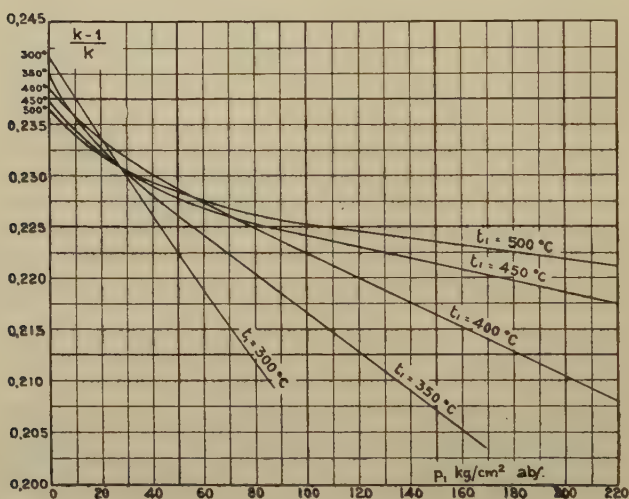


Fig. 6.

Coefficient $\frac{k-1}{k}$ de la vapeur surchauffée,

pour une détente isentropique aboutissant à la limite de saturation.

tion, calculé avec une certaine valeur de $\frac{k-1}{k}$, comporte une erreur (qui, d'ailleurs, ne peut être que très faible), le calcul du dénominateur avec la même valeur de $\frac{k-1}{k}$ conduit à une erreur relative peu différente de la précédente, de sorte que l'erreur sur le quotient (donc, sur $\mu_{\max}$) ne peut être que du

second ordre et, pratiquement, est tout à fait négligeable. Par conséquent, même si le rapport $m = \frac{p_2}{p_1}$ est élevé et que la détente n'aboutisse pas à la limite de saturation, nous pouvons facilement calculer les valeurs de $\mu_{\max}$ et de $q_{\max}$ sans une détermination préalable de T_2 ; il suffit, pour atteindre ce but, de relever sur les courbes de la figure 6 la valeur de $\frac{k-1}{k}$

(même si cette valeur ne correspond pas rigoureusement à la réalité, par suite de l'hypothèse admise pour le tracé de ces courbes), et de l'introduire dans l'expression de $\mu_{\max}$. Le coefficient de réchauffage sera ainsi obtenu avec une précision très suffisante; quant à l'énergie totale dégagée, elle sera donnée par le produit de ce coefficient et de la quantité q_a relevée sur le diagramme de Mollier :

$$\Sigma^n q = q_a \times \mu,$$

la relation entre μ , $\mu_{\max}$ et n étant, comme précédemment, définie par (14). De même, le coefficient de réchauffage relatif ν est donné, comme pour les gaz parfaits, par l'expression (15).

En résumé, la détermination de la quantité d'énergie $\Sigma^n q$ dégagée par la détente réelle de la vapeur d'eau surchauffée ne diffère de celle relative à un gaz parfait que par les deux particularités suivantes :

1. L'exposant $\frac{k-1}{k}$, au lieu d'être constant, varie en fonction de p_1 et de t_1 suivant les courbes de la figure 6, qui ont été tracées en admettant qu'à la fin de la détente adiabatique et réversible, la vapeur soit saturée et sèche (c'est-à-dire que son point figuratif se trouve sur la courbe limite de saturation).
2. Pour que les courbes de la figure 6 puissent être appliquées aussi, avec une précision suffisante, au cas où la vapeur détendue adiabatiquement se trouve à l'état de surchauffe, l'énergie dégagée $\Sigma^n q$ doit être déterminée, non pas au moyen d'une expression analogue à (16), mais en multipliant le coefficient de réchauffage μ par l'énergie q_a correspondant à la détente adiabatique et mesurée directement sur le diagramme de Mollier.

En adoptant pour $\frac{k-1}{k}$ une valeur quelconque relevée sur la figure 6, on pourrait tracer un diagramme analogue à celui de la figure 4 et représentant la variation de $\mu_{\max}$ en fonction de m et de ρ' . Ce diagramme aurait, bien entendu, les mêmes propriétés que celui que nous avons tracé en adoptant $\frac{\gamma-1}{\gamma} = 0,29$:

pour une valeur donnée de ρ' , $\mu_{\max}$ varie de $\frac{1}{\rho'}$ à 1 lorsque m varie de 0 à 1, et pour une valeur constante de m , $\mu_{\max}$ passe de 1 à :

$$\mu_{\max} = \frac{-\ln m}{\frac{k}{k-1} \left(1 - m^{\frac{k-1}{k}} \right)}$$

lorsque ρ' varie entre 1 et 0. Enfin, l'ordonnée d'un point quelconque de cette figure serait inférieure à l'ordonnée du point homologue de la figure 4 ; pour un groupe donné de valeurs de m et de ρ' , le coefficient de réchauffage est donc plus faible dans le cas de la vapeur d'eau surchauffée que dans celui d'un gaz parfait diatomique.

B. Vapeur saturée.

La méthode de calcul que nous venons d'exposer pour l'étude de la détente polytropique de la vapeur d'eau surchauffée pourrait être étendue également au cas de la vapeur saturée, à condition d'introduire dans l'expression de $\mu_{\max}$ la valeur de $\frac{k-1}{k}$ correspondant aux données de chaque problème particulier. Mais comme les propriétés de la vapeur saturée s'écartent trop de celles d'un gaz parfait, il est préférable, pour augmenter la précision des résultats, d'avoir recours à une méthode différente tenant compte d'une façon plus particulière de la représentation de la détente de ce fluide dans le diagramme entropique. Nous ne retiendrons donc, parmi les deux caractéristiques de la méthode que nous avons utilisée dans le

cas de la vapeur surchauffée, que la dernière, qui consiste à déterminer la valeur de $\Sigma_i q$ en multipliant la quantité d'énergie q_a , mesurée au moyen du diagramme de Mollier, par le coefficient de réchauffage μ . Quant à la valeur maximum de ce coefficient, elle sera donnée, au lieu de la relation (13''), par une expression un peu plus compliquée, mais en même temps mieux appropriée aux particularités de la vapeur saturée, qui n'est pas un fluide à phase unique (comme les gaz parfaits et la vapeur surchauffée), mais présente un mélange de deux phases dont la teneur relative est d'ailleurs variable au cours de la détente.

Supposons qu'un kilogramme de vapeur saturée soit détendu de la pression initiale p_1 à la pression finale p_2 , les températures de saturation correspondantes étant respectivement T_1 et T_2 (températures absolues). Dans le cas général, la vapeur admise dans la turbine n'est pas sèche, mais a un certain titre $x_1 < 1$. D'après la propriété bien connue du diagramme entropique, l'état initial de la vapeur sera représenté par le point A (fig. 7) situé sur l'isotherme T_1 et défini par :

$$\frac{EA}{EF} = x_1.$$

les points E et F étant sur l'intersection de la même isotherme respectivement avec la courbe de l'eau liquide et la courbe de saturation.

La détente isentropique de la vapeur serait représentée par la droite AB, et la quantité d'énergie q_a dégagée par cette transformation serait figurée par l'aire du trapèze ABDE. Par suite de l'irréversibilité de la détente réelle, le point final de la représentative de cette opération C se trouve à droite du point B, et comme nous avons admis que la turbine comportait un nombre infini d'étages de détente, les deux points extrêmes A et C doivent être reliés par une courbe continue qui représente la détente polytropicque de la vapeur d'eau saturée. L'accroissement de l'énergie dégagée, dû au réchauffage, est donc figuré par l'aire du triangle ABC, et le coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$ (pour $n = \infty$) est défini par le rapport des aires DEAC et DEAB. Le problème dont nous nous occupons sera donc entièrement résolu lorsque nous aurons établi l'expression de la surface DEAC, ce qui nécessite la détermination préalable de l'équation de la courbe AC.

Prenons sur cette courbe un point quelconque G correspondant à la température T et examinons l'élément infiniment petit GI , qui représente l'évolution de la vapeur dans la cellule élémentaire fonctionnant entre les températures T et $T - dT$. La détente adiabatique dans cet élément est figurée par GH , et l'énergie dégagée au cours de cette transformation par l'aire $KLGH$. En désignant cette énergie par dq , nous aurons

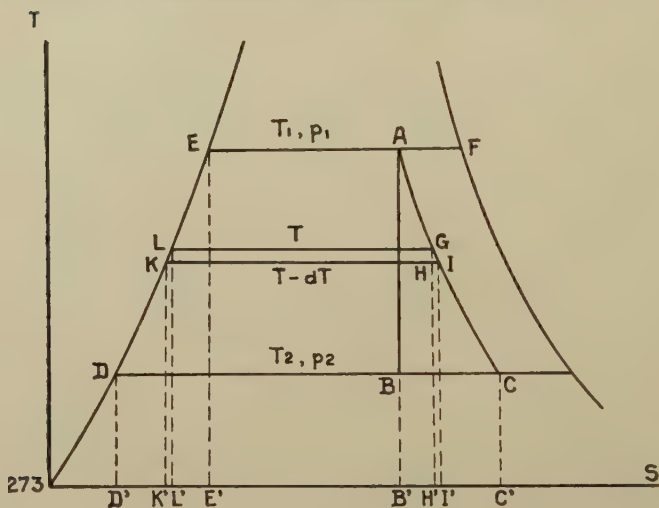


Fig. 7.

Détente de la vapeur d'eau saturée
dans une turbo-machine à nombre infini de cellules.

(en négligeant les infiniment petits du deuxième ordre) :

$$dq = -(S - s) dT,$$

S étant l'entropie de la vapeur au point G et s l'entropie de l'eau liquide au point L situé sur l'isotherme T . Si nous admettons que la chaleur spécifique de l'eau est constante et égale à l'unité (1 cal/kg), nous pouvons écrire :

$$s = \ln \frac{T}{273}$$

et, par conséquent :

$$dq = - \left(S - \ln \frac{T}{273} \right) dT.$$

Signalons tout de suite que l'hypothèse simplificatrice que nous venons de faire au sujet de la chaleur spécifique de l'eau est la seule approximation que nous introduisons dans notre calcul. L'erreur qui en résulte est tout à fait négligeable lorsque la température initiale T_1 est faible, mais peut devenir assez sensible dans le domaine des températures (donc, des pressions) élevées. C'est pour tenir compte de cette erreur possible que nous nous proposons d'établir non pas une expression donnant directement la valeur de $q_{\max}$, mais une relation entre les conditions de fonctionne-

ment de la turbine et le coefficient $\mu_{\max} = \frac{q_{\max}}{q_a}$. En effet, si les deux termes de cette fraction sont calculés par la même méthode (savoir, en adoptant les mêmes hypothèses de base), chacun d'eux pourra bien comporter une certaine part d'erreur, mais cette erreur étant dans les deux cas sensiblement la même, leur rapport sera connu avec une précision très suffisante. Il suffira ensuite de multiplier ce rapport par la valeur exacte de q_a pour obtenir une valeur suffisamment approchée de $q_{\max}$ (ou de $\sum_i q$, si le coefficient $\mu_{\max}$ est remplacé par le coefficient μ correspondant à un nombre fini de cellules).

Le rendement individuel de chaque cellule élémentaire étant désigné, comme précédemment, par ρ' , la perte d'énergie au cours de la détente sera exprimée par $(1 - \rho')dq$; sur le diagramme entropique, cette perte est représentée par l'aire du rectangle $H'HH'$, qui, de même que dans le cas d'un gaz parfait, s'exprime par le produit TdS , dS étant l'accroissement d'entropie entre les points H (ou G) et I. Nous aurons donc :

$$(1 - \rho')dq = TdS$$

d'où :

$$dq = \frac{TdS}{1 - \rho'}.$$

En égalant entre elles les deux expressions de dq , on obtient :

$$-\left(S - \ln \frac{T}{273}\right) dT = \frac{T dS}{1 - \rho'}$$

ou, sous une autre forme :

$$\frac{T}{1 - \rho'} \times \frac{dS}{dT} + S = \ln \frac{T}{273}.$$

L'intégration de cette équation différentielle fournit une relation entre l'entropie S et la température T , relation qui est précisément l'équation cherchée de la courbe AC :

$$S = \ln \frac{T}{273} - \frac{1}{1 - \rho'} + a \frac{1 - \rho'}{T^{1-\rho'}}. \quad (18)$$

La valeur de la constante a sera déterminée en appliquant cette expression au point initial A où la température T_1 et l'entropie S_1 sont définies par l'état de la vapeur à l'admission de la turbine. On a ainsi :

$$S_1 = \ln \frac{T_1}{273} - \frac{1}{1 - \rho'} + a \frac{1 - \rho'}{T_1^{1-\rho'}}$$

d'où :

$$a = \left(S_1 - \ln \frac{T_1}{273} + \frac{1}{1 - \rho'} \right) \times \frac{T_1^{1-\rho'}}{1 - \rho'}.$$

D'autre part, l'entropie S_1 correspondant à l'état initial peut s'exprimer aussi par :

$$S_1 = \ln \frac{T_1}{273} + \frac{r_1 x_1}{T_1}$$

(où r_1 est la chaleur de vaporisation, en cal/kg, à la

température T_1), de sorte que l'expression de a devient :

$$a = \left(\frac{r_1 x_1}{T_1} + \frac{1}{1 - \rho_1} \right) \times \frac{T_1^{1-\rho'}}{1 - \rho'} =$$

$$\frac{r_1 x_1 (1 - \rho') + T_1}{T_1 (1 - \rho')^2} \times T_1^{1-\rho'} = \frac{r_1 x_1 (1 - \rho') + T_1}{(1 - \rho')^2 T_1^{\rho'}}.$$

En introduisant cette expression de a dans (18), on obtient finalement :

$$S = \ln \frac{T}{273} - \frac{1}{1 - \rho'} + \frac{r_1 x_1 (1 - \rho') + T_1}{(1 - \rho') T_1^{\rho'} T^{1-\rho'}}. \quad (18')$$

Telle est l'équation générale de la courbe AC qui représente dans le diagramme T/S la détente polytropicque de la vapeur saturée. Comme le coefficient a est invariable pour des valeurs données de T_1 , x_1 et ρ' , nous utiliserons dans la suite, pour simplifier, l'expression (18), celle (18') n'étant particulièrement intéressante que pour la comparaison des courbes de détente obtenues en partant d'états initiaux différents, ou en adoptant des valeurs différentes pour le rendement d'étage ρ' . Ainsi, en partant de l'état initial caractérisé par T_1 et S_1 , l'accroissement d'entropie correspondant à la température T sera donné par :

$$S - S_1 = \ln \frac{T}{T_1} + a (1 - \rho') \left(\frac{1}{T^{1-\rho'}} - \frac{1}{T_1^{1-\rho'}} \right).$$

Pour trouver l'expression de l'énergie dégagée $q_{\max}$, représentée sur le diagramme par l'aire DEAC, il nous suffira de reprendre l'une ou l'autre des deux expressions de dq que nous avons établies précédemment, et de l'intégrer entre les états initial et final de la vapeur, après l'avoir transformée en tenant compte de (18). Prenons, par exemple, la relation :

$$dq = \frac{T dS}{1 - \rho'}$$

et remplaçons le terme dS par sa valeur qui nous sera fournie par la différentiation de (18) :

$$dS = \frac{dT}{T} - \frac{a(1 - \rho')^2}{T^{2-\rho'}} dT.$$

Nous obtiendrons ainsi, sous forme différentielle :

$$dq = \frac{dT}{1 - \rho'} - \frac{a(1 - \rho')}{T^{1-\rho'}} dT,$$

et, en intégrant entre T_1 et T_2 :

$$q_{\max} = -\frac{T_1 - T_2}{1 - \rho'} + \frac{a(1 - \rho')}{\rho'} (T_1^{\rho'} - T_2^{\rho'}). \quad (49)$$

Rappelons que cette expression de $q_{\max}$ a été obtenue en admettant pour la chaleur spécifique de l'eau une valeur constante et égale à l'unité. Proposons-nous maintenant d'établir une relation semblable (c'est-à-dire basée sur la même hypothèse) pour l'énergie q_a . Pour atteindre ce but, le plus simple est d'adopter pour dq la deuxième des deux expressions précédentes, savoir :

$$dq = -\left(S - \ln \frac{T}{273}\right) dT$$

et de l'intégrer entre T_1 et T_2 en posant :

$$S = S_1 = C^{\text{te}}.$$

Cette intégration donne :

$$\begin{aligned} q_a &= -\int_{T_1}^{T_2} \left(S_1 - \ln \frac{T}{273}\right) dT = \int_{T_1}^{T_2} \left(S_1 - \ln \frac{T}{273}\right) dT \\ &= S_1(T_1 - T_2) - T_1 \left(\ln \frac{T_1}{273} - 1\right) + T_2 \left(\ln \frac{T_2}{273} - 1\right) \end{aligned}$$

ou, en remplaçant S_1 par sa valeur :

$$q_a = \left(\ln \frac{T_1}{273} + \frac{r_1 x_1}{T_1} \right) (T_1 - T_2) - T_1 \left(\ln \frac{T_1}{273} - 1 \right) \\ + T_2 \left(\ln \frac{T_2}{273} - 1 \right)$$

ce qui donne finalement, après quelques transformations :

$$q_a = (T_1 - T_2) \left(1 + \frac{r_1 x_1}{T_1} \right) - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}. \quad (20)$$

Les relations (19) et (20) permettent d'écrire directement l'expression du coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$:

$$\mu_{\max} = \frac{\frac{a(1 - \rho')}{\rho'} (T_1^{\rho'} - T_2^{\rho'}) - \frac{T_1 - T_2}{1 - \rho'}}{(T_1 - T_2) \left(1 + \frac{r_1 x_1}{T_1} \right) - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}. \quad (21)$$

où a est une grandeur qui varie, ainsi que nous l'avons vu, avec l'état initial de la vapeur et le rendement d'étage ρ' .

L'expression (21) fournit donc la solution du problème que nous nous sommes posé ; elle remplace, pour la vapeur saturée, celle (13'') établie précédemment pour la vapeur surchauffée et qui ne diffère de l'expression (13) relative aux gaz parfaits que par le fait que l'exposant $\frac{k-1}{k}$ varie avec les conditions de fonc-

tionnement de la turbine, tandis que $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ est une grandeur invariable pour un gaz donné.

Signalons que dans les applications numériques, les différentes grandeurs intervenant dans l'expression (21) doivent être calculées avec une assez grande précision, car le numérateur et le dénominateur de la fraction figurant dans le deuxième membre sont formés par des différences entre des nombres ayant le même ordre de grandeur.

Dans la pratique, le titre initial de la vapeur x_1 (intervenant, en plus du dénominateur, dans l'expression du coefficient a) est généralement voisin de l'unité. De plus, dans les centrales thermo-électriques modernes, la température de condensation de la vapeur t_2 a le plus souvent une valeur voisine de 27°C , correspondant à un vide au condenseur de $96,5\%$ de la pression barométrique normale. En posant : $x_1 = 1$ et $T_2 = 273 + 27 = 300^\circ$ abs., l'expression de $\mu_{\max}$ ne contient plus que deux variables indépendantes, savoir, la température initiale T_1 et le rendement d'étage ρ' . En faisant varier la première de ces grandeurs de 300 à 573° abs. (ou de 27 à 300°C), et en adoptant pour ρ' plusieurs valeurs s'échelonnant entre 1 et $0,5$, la variation de $\mu_{\max}$ en fonction de ces deux variables sera représentée par les courbes de la figure 8. On voit que le coefficient de réchauffage varie dans le même sens que la température initiale et en sens inverse du rendement d'étage ; de plus, $\mu_{\max} = 1$ pour $\rho' = 1$, quelle que soit la valeur de T_1 , ainsi que pour $T_1 = 300^\circ$, quelle que soit la valeur de ρ' .

Ainsi que nous l'avons vu, le dénominateur de la fraction exprimant $\mu_{\max}$ représente la valeur de l'énergie q_a calculée en admettant pour la chaleur spécifique de l'eau une valeur constante et égale à 1 cal/kg. Il est intéressant de comparer cette grandeur fictive de q_a à sa valeur réelle, déterminée en tenant compte de la variation de la chaleur spécifique de l'eau liquide avec la température. Pour que cette comparaison puisse être effectuée d'une façon aussi précise que possible, il est d'ailleurs préférable de déterminer la vraie valeur de q_a non pas au moyen du diagramme de Mollier, mais à l'aide des tables numériques qui ont servi à son tracé. Dans le tableau ci-dessous, nous indiquons pour plusieurs températures initiales t_1 , la valeur réelle de q_a et sa valeur fictive, calculées toutes les deux en fixant le titre initial x_1 à 1 et la température finale t_2 à 27°C .

$t_1^\circ\text{C}$	100	200	300
q_a réelle en cal/kg	113,6	207,6	249
q_a fictive en cal/kg	113,2	205,8	238,2
$\frac{q_a \text{ réelle} - q_a \text{ fictive}}{q_a \text{ réelle}} \times 100$	0,35	0,87	4,34.

L'erreur relative commise en négligeant dans le

calcul de q_u la variation de la chaleur spécifique de l'eau est donc inférieure à 1 % même pour $t_1 = 200^\circ\text{C}$ et n'atteint que 4,34 % pour $t_2 = 300^\circ\text{C}$ (les pressions correspondant à ces deux températures sont respectivement de 15,85 et de 87,63 kg/cm² abs.). Comme dans

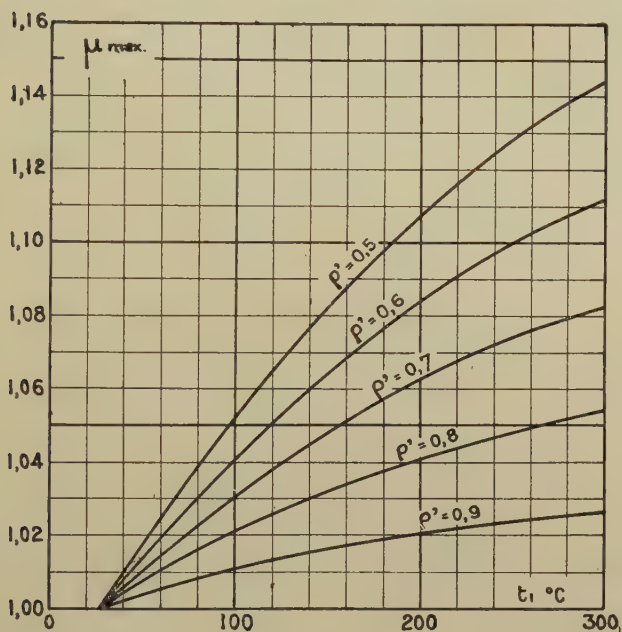


Fig. 8.

Coefficient de réchauffage maximum
pour la vapeur saturée et sèche ($t_2 = 27^\circ\text{C}$).

la fraction exprimant $\mu_{\max}$, le numérateur (qui représente la valeur fictive de $q_{\max}$) est calculé avec le même degré d'approximation que le dénominateur, l'erreur commise en adoptant pour la détermination de $\mu_{\max}$ le rapport des valeurs fictives de $q_{\max}$ et de q_u , au lieu du rapport des valeurs réelles de ces grandeurs, est tout à fait négligeable. La précision de notre méthode de calcul est donc du même ordre que celle de nos connaissances relatives aux propriétés physiques de la

vapeur d'eau, de sorte que pratiquement cette méthode peut être considérée comme rigoureuse.

Il est à remarquer que l'application pratique de l'expression (21) doit être soumise à une certaine restriction que nous allons préciser. Tandis que les expressions de $\mu_{\max}$ établies pour les gaz parfaits (13) et pour la vapeur surchauffée (13'') sont valables pour toute valeur du rendement ρ' comprise entre 0 et 1, il n'en est pas de même pour l'expression (21) relative à la vapeur saturée. En effet, si le rendement d'étage ρ' est très faible, le réchauffage de la vapeur peut être suffisant pour porter sa température au-dessus de la limite de saturation, c'est-à-dire pour amener la vapeur à l'état de surchauffe. Il existe donc pour tout état initial de la vapeur une certaine valeur limite du rendement ρ' au-dessous de laquelle l'expression (21) cesse d'être valable. Bien entendu, la recherche de cette limite ne présente un intérêt que lorsque la vapeur se trouve initialement à l'état sec, de sorte que dans les calculs qui suivent nous poserons $x_1 = 1$. De plus, il est évident que pour $n = \infty$, la valeur limite de ρ' est indépendante de la température finale T_2 ; cette valeur, que nous désignerons $\rho'_{\lim}$, n'est donc fonction que de la température initiale T_1 .

Le passage de la vapeur de l'état de saturation à celui de surchauffe a lieu lorsque la courbe de détente (courbe polytropique) partant d'un point tel que F (fig. 7) se trouve à droite de la limite de saturation, c'est-à-dire lorsqu'au point F, la dérivée $\frac{dS}{dT}$ de la première de ces courbes est inférieure à la même dérivée de la seconde. Or, ainsi que nous l'avons vu, pour une courbe de détente située dans la zone de la vapeur saturée, la dérivée $\frac{dS}{dT}$ peut s'écrire :

$$\left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{polytr.}} = \frac{1}{T} - \frac{a(1 - \rho')^2}{T^{2-\rho'}}.$$

Au point initial (F), on a : $T = T_1$, et l'expression de la dérivée devient :

$$\left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{polytr.}} = \frac{1}{T_1} - \frac{a(1 - \rho')^2}{T_1^{2-\rho'}}$$

ou, en remplaçant a par sa valeur (avec $x_1 = 1$) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{polytr. } T_1} &= \frac{1}{T_1} - \frac{r_1(1-\rho')}{(1-\rho')^2 T_1} \times \frac{(1-\rho')^2}{T_1^{2-\rho'}} \\ &= - \frac{(1-\rho') r_1}{T_1^2}. \end{aligned}$$

Cette expression pourrait d'ailleurs être établie directement, car au point F on a :

$$dq = - \frac{r_1}{T_1} dT$$

et :

$$dS = (1-\rho') \frac{dq}{T_1} = - (1-\rho') \frac{r_1}{T_1^2} dT$$

d'où :

$$\left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{polytr.}} = - \frac{(1-\rho') r_1}{T_1^2}.$$

On vérifie d'ailleurs immédiatement que pour $\rho' = 1$, $\frac{dS}{dT} = 0$ (détente adiabatique).

En ce qui concerne la courbe de saturation, son équation générale peut s'écrire (en négligeant, comme précédemment, la variation de la chaleur spécifique de l'eau) :

$$S = \ln \frac{T}{273} \times \frac{r}{T}.$$

La dérivée de cette fonction au point initial F est donc :

$$\left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{satur.}} = \frac{1}{T_1} + \frac{T_1 \left(\frac{dr}{dT}\right)_{T_1} - r_1}{T_1^2}.$$

Conformément à ce qui précède, l'expression de $\mu_{\max}$ (21) n'est valable que pour autant que :

$$\left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{polytr.}} > \left(\frac{dS}{dT}\right)_{\text{satur.}},$$

de sorte que la valeur de ρ'_{lim} sera obtenue en égalant ces deux dérivées entre elles :

$$-\frac{(1 - \rho')r_1}{T_1^2} = \frac{1}{T_1} + \frac{T_1 \left(\frac{dr}{dT}\right)_{T_1} - r_1}{T_1^2}.$$

Le seule inconnue de cette équation est le rendement cherché ρ'_{lim} dont l'expression est, par conséquent :

$$\rho'_{\text{lim.}} = \frac{T_1}{r_1} \left[1 + \left(\frac{dr}{dT}\right)_{T_1} \right]. \quad (22)$$

La variation de la chaleur de vaporisation r avec la température T peut s'exprimer par la formule de Thiesen (avec les constantes proposées par Jakob) :

$$r = 82,8 (T_c - T)^{\frac{1}{3}}$$

où T_c est la température critique de l'eau :

$$T_c = 273 + 374 = 647^\circ \text{ abs.}$$

(cette formule n'est d'ailleurs valable que jusqu'à $T = 273 + 220 = 493^\circ \text{ abs.}$).

En introduisant cette expression de r dans (22), on obtient :

$$\rho'_{\text{lim.}} = \frac{T_1 \left[1 - 27,6 (T_c - T_1)^{\frac{1}{3}} \right]}{82,8(T_c - T_1)^{\frac{1}{3}}}. \quad (22')$$

On constate facilement que les valeurs de ρ'_{lim} ainsi calculées sont trop faibles pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte dans les applications pratiques.

Tandis que la relation (21) fournit la valeur de $\mu_{\max}$ en fonction des conditions de fonctionnement de la turbine, celle (22) ou (22') exprime la valeur limite de ρ' au-dessous de laquelle la vapeur motrice cesse d'être à l'état de saturation. L'ensemble de ces relations fournit donc la solution complète du problème concernant la détermination du coefficient de réchauffage pour une turbine alimentée avec de la vapeur saturée et ayant un nombre infini d'étages de détente. Il ne nous reste maintenant qu'à établir des relations semblables pour le cas d'une turbine fonctionnant également avec de la vapeur saturée, mais comportant un nombre fini de cellules.

Tout d'abord, le coefficient de réchauffage μ pourra être déduit de $\mu_{\max}$ par la relation (14) :

$$\mu = \frac{n\mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1}.$$

En effet, cette relation établie d'après des considérations purement formelles est indépendante des propriétés physiques du fluide détendu dans la turbomachine. Quant à la valeur limite de ρ' au-dessous de laquelle la vapeur sortant de la première cellule se trouve à l'état de surchauffe, elle pourra être déterminée comme suit.

Supposons, comme précédemment, que la vapeur admise dans la turbine soit saturée et sèche à la température T_1 ; de plus, désignons la température de saturation correspondant à la pression de sortie de la première cellule par T' et l'énergie dégagée par la détente adiabatique dans cette cellule par q_1 (en cal/kg). Le rendement de la cellule étant ρ' , l'accroissement d'entropie ΔS dû aux pertes d'énergie résulte de la relation :

$$(1 - \rho') q_1 = T' \Delta S.$$

Pour que la vapeur sortant du premier étage reste à l'état de saturation, il faut que ΔS satisfasse à la condition :

$$S_1 + \Delta S \leq \ln \frac{T'}{273} + \frac{r'}{T'}$$

où S_1 est l'entropie de la vapeur à l'état initial et r'

est la chaleur de vaporisation correspondant à la température T' ; le deuxième membre de cette expression n'est autre que l'entropie de la vapeur saturée et sèche à la température T' .

La valeur limite de ρ' sera donc atteinte pour

$$\Delta S = \ln \frac{T'}{273} + \frac{r'}{T'} - S_1 = \ln \frac{T'}{T_1} + \frac{r'}{T'} - \frac{r_1}{T_1}.$$

Cette relation permet d'écrire :

$$(1 - \rho'_{\text{lim}})q_1 = T' \left(\ln \frac{T'}{T_1} + \frac{r'}{T'} - \frac{r_1}{T_1} \right).$$

D'autre part, l'expression de l'énergie dégagée q_1 est :

$$q_1 = i_1 - i' + \frac{r_1}{T_1} (T_1 - T') - T' \ln \frac{T_1}{T'}.$$

i_1 et i' désignant la chaleur de l'eau liquide (en cal/kg) respectivement aux températures T_1 et T' .

En tenant compte de cette expression, on obtient :

$$\rho'_{\text{lim}} = 1 - \frac{T' \left(\ln \frac{T'}{T_1} + \frac{r'}{T'} - \frac{r_1}{T_1} \right)}{i_1 - i' + \frac{r_1}{T_1} (T_1 - T') - T' \ln \frac{T_1}{T'}}.$$

Si les températures T_1 et T' ne sont pas trop élevées, on a approximativement :

$$i_1 - i' = T_1 - T',$$

$$r_1 = 82,8(T_c - T_1)^{\frac{1}{3}},$$

$$r' = 82,8(T_c - T')^{\frac{1}{3}},$$

de sorte que l'expression de ρ'_{lim} devient finalement :

$$\rho'_{\text{lim}} = 1 - \frac{T' \left[\ln \frac{T'}{T_1} + 82,8 \frac{(T_c - T)^{\frac{4}{3}}}{T'} - 82,8 \frac{(T_c - T_1)^{\frac{4}{3}}}{T_1} \right]}{\left[T_1 - T' + 82,8(T_c - T_1)^{\frac{4}{3}} \left(1 - \frac{T'}{T_1} \right) - T' \ln \frac{T_1}{T'} \right]} \quad (23)$$

Il est évident que lorsque la température de sortie de la première cellule T' tend vers la valeur de la température d'entrée T_1 , la valeur de ρ'_{lim} exprimée par (23) tend vers celle qui est donnée par (22). De plus, si au cours de la détente le rendement ρ' subit des variations telles que le point figuratif de l'état de la vapeur, qui se déplace à gauche de la limite de saturation, se trouve, à la sortie d'une cellule quelconque, sur cette limite même, l'allure ultérieure de l'évolution de la vapeur pourra toujours être déterminée à l'aide de l'expression (23); il suffira de remplacer dans cette expression les températures T_1 et T' par celles qui correspondent respectivement à l'entrée et à la sortie de la cellule envisagée. On voit d'ailleurs aisément que les valeurs de ρ'_{lim} résultant de (23) sont encore plus faibles que celles données par (22').

Signalons, pour terminer ce chapitre, que l'application numérique de notre méthode de calcul conduit à des résultats qui sont pratiquement identiques à ceux qu'on obtient par le calcul direct. Prenons, en effet, l'un des exemples numériques cités dans l'ouvrage de Stodola (1); dans cet exemple, les différents facteurs définissant le fonctionnement de la turbine ont les valeurs suivantes :

$$p_1 = 12 \text{ kg/cm}^2 \text{ abs. (vapeur saturée et sèche)}$$

$$p_2 = 0,1 \text{ kg/cm}^2 \text{ abs.}$$

$$\rho' = 0,7$$

$$n = 12.$$

(1) A. STODOLA « Turbines à vapeur et à gaz », § 59.

Calculons à l'aide des relations que nous avons établies le coefficient de réchauffage μ correspondant à ces données. Tout d'abord, nous relevons dans les tables de la vapeur d'eau les grandeurs suivantes :

$$T_1 = 273^\circ + 187^\circ,1 = 460^\circ,1$$

$$r_1 = 475,0 \text{ cal/kg}$$

$$T_2 = 273 + 45,4 = 318^\circ,4.$$

Le coefficient a intervenant dans l'expression (21) sera donc :

$$a = \frac{r_1 x_1 (1 - \rho') + T_1}{(1 - \rho')^2 T_1^{\rho'}}$$

$$= \frac{475,0 \times 1 \times (1 - 0,7) + 460,1}{(1 - 0,7)^2 \times 460,1^{0,7}} = 91,43.$$

Par conséquent, le coefficient de réchauffage maximum est :

$$\mu_{\max} = \frac{\left[\frac{91,43 (1 - 0,7)}{0,7} (460,1^{0,7} - 318,4^{0,7}) - \frac{460,1 - 318,4}{1 - 0,7} \right]}{\left[(460,1 - 318,4) \left(1 + \frac{475,0 \times 1}{460,1} \right) - 318,4 \ln \frac{460,1}{318,4} \right]}$$

$$= \frac{178,44}{170,77} = 1,0449.$$

En introduisant les valeurs de $\mu_{\max}$ et de n dans la relation (14), on obtient :

$$\mu = \frac{n \mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1} = \frac{12 \times 1,0449}{1,0449 + 12 - 1} = 1,0410.$$

Cette valeur du coefficient de réchauffage concorde parfaitement avec celle qui est indiquée (d'ailleurs,

sous une autre forme) dans l'ouvrage de Stodola. Mais, tandis que dans cet ouvrage cette valeur de μ est présentée comme le résultat d'un calcul thermodynamique complet de la turbine, nous l'avons obtenue en appliquant simplement quelques relations générales, et sans le tracé préalable de la ligne « en dents de scie », qui représente l'évolution de la vapeur dans le diagramme entropique ou de Mollier. Or, ainsi que nous l'avons déjà signalé, cette détermination *a priori* du coefficient de réchauffage présente le double avantage de fournir rapidement la valeur du rendement total ρ en partant du rendement d'étage ρ' , et de faciliter le choix judicieux des pressions devant régner dans les différentes cellules de la turbine.

CHAPITRE IV

LE COEFFICIENT DE RÉCHAUFFAGE ET L'ÉTUDE DES CYCLES THERMIQUES DE LA VAPEUR D'EAU

A. Cycle à condensation pure.

Ce cycle, qui est le plus simple de tous, est caractérisé par l'absence de tout apport, ainsi que de tout prélèvement d'énergie thermique entre l'admission et l'échappement de la machine motrice. Le débit de vapeur (en poids) traversant les différentes cellules de la turbine est donc invariable; quant à la transformation thermodynamique subie par la vapeur au cours de sa détente, elle dépend, d'une part, de l'état initial de la vapeur (pression p_1 et température t_1) et de la température t_2 (ou de la pression p_2) régnant au condenseur, d'autre part, du nombre de cellules n et de leur rendement individuel ρ' (1). Ces deux dernières variables (n et ρ') caractérisent le fonctionnement propre de la turbine, tandis que les trois premières définissent quantitativement le cycle thermique choisi pour le fluide moteur. Contrairement aux points de vue que nous avons adoptés dans nos études précédentes, celui auquel nous nous plaçons ici consiste à examiner non pas les propriétés du cycle thermique indépendamment de celles de la turbine, ni l'influence du choix de p_1 , t_1 et t_2 sur ρ' et, par conséquent, sur le rendement total ρ , mais les déformations subies par la ligne de détente sous l'influence de n et de ρ' , ainsi que le rôle devant être joué par ces deux grandeurs dans le choix judicieux des limites du cycle thermique. Comme dans le cycle à condensation pure la vapeur ne subit, au cours de sa détente, aucune action extérieure à la turbine (telle qu'une resurchauffe intermédiaire, ou un prélèvement pour le réchauffage de l'eau condensée),

(1) Nous supposons, comme précédemment, que le rendement ρ' est le même pour toutes les cellules de la turbine, ou d'une partie importante de celle-ci.

la ligne de détente se trouve entièrement définie par les cinq grandeurs indiquées ci-dessus, et il n'existe aucun facteur supplémentaire dont le choix soit susceptible d'influencer l'allure de cette ligne (et aussi le rendement ρ) pour des valeurs données de p_1 , t_1 , t_2 , n et ρ' . Ces cinq grandeurs étant données, le tracé de la ligne de détente et la détermination du rendement total ρ s'en déduisent facilement, grâce aux résultats obtenus au chapitre précédent; mais si, parmi ces cinq grandeurs, celles relatives au cycle proprement dit ne sont pas imposées d'avance, le choix de celles-ci doit être effectué en tenant compte, parmi les nombreuses autres considérations, de l'influence exercée sur la ligne de détente par le coefficient de réchauffage.

Cette influence se manifeste d'ailleurs de plusieurs façons différentes. Premièrement, ainsi que nous l'avons vu, le coefficient de réchauffage varie dans le même sens que l'énergie dégagée q_a ; il en résulte immédiatement que pour augmenter la valeur du coefficient μ , on doit écarter, dans la mesure du possible, les limites extrêmes du cycle thermique, c'est-à-dire augmenter p_1 et t_1 et diminuer t_2 (donc aussi p_2). Deuxièmement, cet accroissement de q_a entraîne aussi, toutes choses égales d'ailleurs, un accroissement du nombre de cellules n ;

or, lorsque le nombre n croît, le rapport $\frac{\mu}{\mu_{\max}}$ croît

également, ce qui contribue encore à l'accroissement du coefficient μ . Troisièmement — et c'est là le point le plus important — les variations de q_a influencent le coefficient de réchauffage μ dans des mesures différentes, suivant que ces variations sont obtenues en agissant sur l'une ou l'autre des grandeurs dont l'ensemble détermine la valeur de q_a . En effet, la même variation de q_a peut être obtenue soit en faisant varier, dans le même sens, p_1 (1) ou t_1 , soit en modifiant, en sens inverse, la température finale t_2 ; mais la variation de chacune de ces trois grandeurs influence non seulement la valeur de l'énergie dégagée q_a , mais aussi le rapport des deux fractions de cette énergie totale dont l'une correspond à l'état de surchauffe de la vapeur motrice et l'autre à l'état de saturation. Ainsi, il est évident que pour un état initial donné de la vapeur, caractérisé par p_1 et t_1 , un abaissement de t_2 a pour

(1) Signalons d'ailleurs que dans le domaine des très hautes pressions, l'énergie q_a varie en sens inverse de p_1

effet un accroissement de la quantité d'énergie dégagée dans la zone de saturation, tout en laissant inchangée celle qui se dégage dans la zone de surchauffe. Pour des valeurs données des deux températures extrêmes t_1 et t_2 , une élévation de la pression initiale p_1 , tout en produisant un accroissement de l'énergie totale q_a , entraîne une diminution de la portion de cette énergie qui correspond à l'état de surchauffe et, par conséquent, diminue rapidement le rapport de cette portion à celle qui se dégage au-dessous de la limite de saturation. Par contre, un accroissement de t_1 , pour des valeurs données de p_1 et de t_2 , augmente rapidement ce dernier rapport, car l'augmentation de q_a qui en résulte est accompagnée d'une diminution de la quantité d'énergie dégagée dans la zone de la vapeur saturée ; à la limite, cette dernière quantité d'énergie peut même être annulée, la vapeur d'échappement étant alors soit saturée et sèche, soit même surchauffée (dans ce dernier cas, l'état final de la vapeur doit être défini non seulement par la température t_2 , mais aussi par la pression p_2).

Or, en comparant entre elles, à l'aide des relations obtenues au chapitre précédent, les valeurs de μ correspondant à la même quantité d'énergie q_a , d'une part, pour la vapeur surchauffée, et d'autre part, pour la vapeur saturée, on constate que le coefficient de réchauffage est toujours plus élevé dans le premier cas que dans le second. Cette différence s'explique d'ailleurs aisément, car, conformément à l'expression (13''), pour des valeurs données de m et de ρ' , μ varie

dans le même sens que le rapport $\frac{k-1}{k}$; or, tandis

que pour la vapeur surchauffée ce rapport varie de 0,20 à 0,24 (fig. 6), dans le cas de la vapeur saturée il n'est que de l'ordre de 0,12. Il en résulte que la récupération de l'énergie perdue au cours de la détente est d'autant plus sensible qu'une fraction plus importante de l'énergie totale q_a est dégagée par la vapeur à l'état de surchauffe. Comme cette fraction augmente rapidement avec la température t_1 , tandis qu'elle diminue lorsque l'accroissement de q_a est obtenu à l'aide d'un abaissement de t_2 , et surtout à l'aide d'une élévation de p_1 , on voit que la considération du coefficient de réchauffage conduit à attribuer à l'emploi de la vapeur surchauffée un nouvel avantage, qui vient

s'ajouter à tous ceux qui militent habituellement en faveur de ce procédé de production de force motrice.

Supposons maintenant que les cinq grandeurs p_1 , t_1 , t_2 , n et ρ' (dont les trois premières définissent les limites du cycle thermique, tandis que les deux dernières caractérisent le fonctionnement de la turbine) soient données, et examinons comment la connaissance de ces grandeurs permet de tracer dans le diagramme entropique la ligne brisée (pour un nombre n fini) ou courbe (pour $n = \infty$), représentant les transformations thermodynamiques subies par la vapeur depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la turbine. Ce problème diffère de ceux que nous avons étudiés dans les deux parties du chapitre III, par le fait que chacun de ces derniers concernait un état déterminé de la vapeur d'eau (état de surchauffe ou de saturation), tandis qu'ici nous nous proposons de tracer une ligne de détente partant de la zone de la vapeur surchauffée et aboutissant à celle de la vapeur saturée et, de plus, coupant la limite de saturation en un point inconnu *a priori*. Nous verrons, néanmoins, que grâce aux résultats obtenus précédemment, la résolution de ce problème ne présente pas de difficultés.

Admettons que la vapeur soit admise dans la turbine à la pression p_1 et à la température absolue T_1 , cet état étant représenté dans le diagramme entropique par le point A (fig. 9). La détente adiabatique de la vapeur est figurée dans le diagramme par la droite AB, dont le point final B est situé sur l'isotherme T_2 correspondant à la température régnant au condenseur ; au point C, l'adiabatique AB coupe la limite de saturation, de sorte que le titre de la vapeur sortant de la turbine est inférieur à l'unité. Par suite des pertes d'énergie accompagnant la détente, l'état réel de la vapeur d'échappement est figuré par un point tel que D, situé à droite du point B, mais, dans la pratique, à gauche de la courbe de saturation. La ligne brisée reliant entre eux les points A et D comporte autant de « dents de scie » que la turbine a de cellules fonctionnant en série. Pour simplifier, nous avons tracé entre ces deux points deux courbes continues AE et ED, correspondant chacune à un nombre infini de cellules et se coupant au point E, qui est situé sur la limite de saturation ; cette simplification ne nuit d'ailleurs nullement à la généralité de notre raisonnement.

L'examen du diagramme ainsi obtenu montre que

la détente réelle de la vapeur peut être divisée en trois parties. La première, représentée par la courbe AF, est effectuée entre la pression initiale p_1 et une certaine pression intermédiaire p' définie par l'intersection de AB avec la limite de saturation (point C) : cette première partie est donc caractérisée par le fait que la chute de pression correspondante ($p_1 - p'$) a lieu, aussi bien

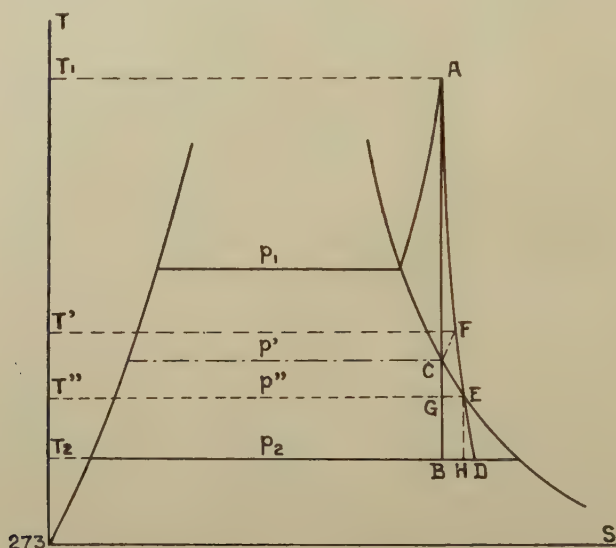


Fig. 9.

Détermination du coefficient de réchauffage pour un cycle à condensation pure.

dans la turbine réelle que dans une turbine parfaite, entièrement dans la zone de la vapeur surchauffée. La deuxième partie, figurée par la courbe FE, correspond à la chute de pression $p' - p''$ où la valeur de p'' résulte du point E où la ligne de détente coupe la courbe de saturation ; dans cette partie, la détente réelle a donc lieu dans la zone de la vapeur surchauffée (courbe FE), tandis que la portion correspondante de la détente adiabatique est située dans le domaine de la vapeur saturée (droite CG). Enfin, la chute de pression $p'' - p_2$, formant la troisième partie de la trans-

formation, est située dans le diagramme, aussi bien pour la turbine réelle (courbe ED) que pour celle idéale (droite GB) à gauche de la limite de saturation.

Or, les relations que nous avons établies précédemment pour la détermination du coefficient de réchauffage supposent, d'une part, que la détente réelle et celle adiabatique partent du même point initial, et d'autre part, que les deux transformations se déroulent dans la même zone du diagramme entropique (à droite ou à gauche de la courbe de saturation). Il en résulte que parmi les trois parties de la ligne de détente AED, nos relations ne sont immédiatement applicables qu'à la première (AF), car elle seule satisfait à la fois aux deux conditions que nous venons d'indiquer. Par contre, la deuxième partie (FE) ne satisfait à aucune de ces deux conditions, tandis que la troisième (ED) est conforme à la dernière d'entre elles (qui est relative à l'état de la vapeur), et non à la première (qui concerne le point de départ de la transformation).

Pour trouver la quantité d'énergie dégagée pendant la première partie de la détente, nous n'aurons donc qu'à procéder de la même manière qu'au cas où la totalité de la transformation a lieu dans la zone de la vapeur surchauffée. Nous pouvons, par conséquent, écrire :

$$q_{AF} = \mu q_{AC}$$

où q_{AF} et q_{AC} désignent respectivement les quantités d'énergie dégagées au cours de la détente réelle AF et de la détente adiabatique AC. Quant au coefficient μ , il peut être déterminé grâce aux relations (13'') et (14), le coefficient $\frac{k-1}{k}$ qui intervient dans la première de ces relations étant donné par les courbes de la figure 6.

Ainsi que nous l'avons vu précédemment, cette méthode de calcul revient à considérer la courbe AF (pour $n = \infty$) comme satisfaisant à la relation :

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k} \epsilon'} \quad (24)$$

où la température T et la pression p définissent un point quelconque de la courbe, et $\frac{k-1}{k}$ est un coefficient constant pour des valeurs données de p_1 et de T_1 .

Bien que la valeur de ce coefficient ait été calculée en admettant que la pression finale de la transformation soit p' , il est évident que nous commettrions une erreur peu importante en extrapolant la courbe AF à l'aide de la même relation, c'est-à-dire en admettant que cette relation entre T et p soit valable aussi pour la portion FE de la courbe comprise entre les pressions p' et p'' . Dans ces conditions, la quantité d'énergie correspondante q_{FE} peut être déterminée comme suit : Nous savons déjà que l'énergie q_{AF} dégagée au cours de la première partie de la détente doit satisfaire à la relation (12') qui, dans le cas envisagé, s'écrit :

$$q_{AF} = \frac{CT_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p'}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rho' \right].$$

Comme, d'autre part, la valeur de q_{AF} est donnée directement par le produit de q_{AC} et du coefficient de réchauffage correspondant, nous pouvons en déduire la valeur fictive de C satisfaisant à cette relation. Il suffira ensuite d'adopter la même valeur de C pour la détente figurée par la courbe FE, pour obtenir finalement :

$$q_{FE} = \frac{CT'}{\rho'} \left[1 - \left(\frac{p''}{p'} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rho' \right],$$

T' et T'' étant les températures correspondant respectivement aux points F et E. Le point final E sera obtenu par la condition que T'' doit être la température de saturation correspondant à la pression p'' . La détermination de ce point peut d'ailleurs être facilitée en utilisant l'équation de la courbe FE en coordonnées T/S :

$$S = S' + \frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T'}{T},$$

équation qui a été établie au chapitre I^{er} (S' est l'entropie de la vapeur au point F).

Toutefois, pour augmenter la précision du résultat obtenu, il est préférable de tracer la portion FE de la courbe de détente en utilisant, au lieu de la relation entre T et S, l'équation (24) exprimant la relation entre T et p . En effet, cette dernière équation est

fondée sur l'hypothèse de la constance du rapport $\frac{k-1}{k}$, rapport dont les variations peuvent effectivement

être négligées, et ne contient pas (comme la relation entre T et S) la chaleur spécifique C, dont la valeur fictive tirée de q_{AF} peut ne pas être valable pour la portion FE de la courbe. C'est, au contraire, la détermination du point E, effectuée à l'aide de l'équation (24), qui fournira la valeur du terme C qui figure dans l'expression de q_{FE} : cette valeur peut, en effet, être assimilée à la moyenne arithmétique des chaleurs spécifiques correspondant aux états représentés dans la figure 9 par les points F et E.

Le point E étant ainsi déterminé, il est facile de calculer la quantité d'énergie q_{ED} dégagée au cours de la troisième partie de la détente (ED). Pour atteindre ce but, il suffit de considérer, au lieu de la détente adiabatique réelle CB, une détente fictive de même nature partant du point E et aboutissant au point H, situé sur l'isotherme finale T_2 . La valeur de q_{ED} sera alors donnée immédiatement par la relation :

$$q_{ED} = \mu q_{EH}$$

où la quantité d'énergie q_{EH} peut être déterminée à l'aide du diagramme, tandis que le coefficient de réchauffage μ résulte des relations (14) et (21). Dans le cas particulier où $T_2 = 300^\circ$ ($t_2 = 27^\circ$ C), la valeur de $\mu_{\max}$ donnée par cette dernière relation peut être relevée directement sur le diagramme de la figure 8.

Il est bien entendu que les différents calculs que nous venons d'exposer doivent être effectués en tenant compte non seulement du nombre de cellules correspondant à chacune des trois parties de la détente, mais aussi de la variation éventuelle du rendement d'étage ρ' . En effet, les conditions d'écoulement de la vapeur varient notablement au cours de la détente, et ces variations peuvent influencer d'une manière sensible la valeur de ρ' . En particulier, la nécessité d'assurer à la vapeur des sections de passage suffisantes, en tenant compte de la variation du volume spécifique avec la pression, conduit souvent à prévoir pour les derniers aubages distributeurs et mobiles des angles de sortie importants ce qui entraîne une certaine réduction du rendement ρ' des dernières cellules — et ceci malgré

l'accroissement de diamètre qu'on adopte généralement pour celles-ci. Cet accroissement de diamètre conduit, à son tour, à une élévation de la vitesse circéférentielle et, par conséquent, à une diminution du nombre de cellules dont on doit tenir compte pour la détermination du coefficient de réchauffage μ .

Ayant ainsi calculé les quantités d'énergie dégagées au cours des différentes parties de la détente, on dispose de tous les éléments nécessaires pour la détermination du coefficient de réchauffage μ correspondant à l'ensemble de la turbine motrice. Ce coefficient global sera donné par la relation :

$$\mu = \frac{q_{AF} + q_{FE} + q_{ED}}{q_{AB}}$$

où $q_{AB} = q_a$ est l'énergie dégagée au cours de la détente adiabatique AB.

Si le rendement d'étage ρ' conserve une valeur constante depuis la première jusqu'à la dernière cellule de la turbine, le rendement total ρ de celle-ci sera donné par le produit :

$$\rho = \mu \rho',$$

relation qui est valable également au cas où le rendement d'étage n'est pas constant et où ρ' désigne la valeur moyenne, convenablement déterminée, de cette variable.

Le rendement ρ ainsi déterminé satisfait également à la relation :

$$\rho = \frac{\rho' \sum_i q_i'}{q_a} = \frac{q_a}{q_a}.$$

En effet, c'est bien le rapport de l'énergie utilisée q_a à l'énergie disponible q_a qui définit le rendement ρ de la turbine. En plus de ce rendement, qu'on appelle souvent rendement « thermodynamique », on peut envisager aussi le rendement « thermique » de la turbine, qui est le rapport de l'énergie utilisée à celle qui est dépensée pour la production de la vapeur motrice. Cette dernière quantité d'énergie est, par kilogramme de vapeur, de $(\lambda_1 - i_2)$ cal, où λ_1 est l'enthalpie de la vapeur produite et i_2 est la chaleur de l'eau conden-

sée (ces deux grandeurs sont exprimées en cal kg).
L'expression du rendement thermique est donc :

$$\mathfrak{R} = \frac{q_u}{\lambda_1 - i_2} = \frac{\rho q_a}{\lambda_1 - i_2} = \frac{\mu \rho' q_a}{\lambda_1 - i_2}. \quad (25)$$

En désignant par R le rapport :

$$R = \frac{q_u}{\lambda_1 - i_2}$$

qui est le rendement thermique d'un cycle idéal comportant une détente adiabatique, nous pouvons écrire :

$$\mathfrak{R} = R \rho' \mu. \quad (25')$$

Le rendement thermique de la turbine réelle est donc égal au produit du rendement thermique d'une turbine parfaite fonctionnant dans les mêmes conditions, du rendement d'étagé et du coefficient de réchauffage.

Il est d'ailleurs bien entendu que le rendement thermique ainsi défini ne tient compte que des pertes d'énergie ayant lieu soit à l'intérieur de la turbine, soit à la sortie de celle-ci (chaleur transmise à la source froide), mais fait abstraction des pertes se produisant dans le générateur de vapeur, les tuyauteries, etc., ainsi que de l'énergie absorbée par les auxiliaires, tels que les pompes de condensation, l'éjecteur, etc.

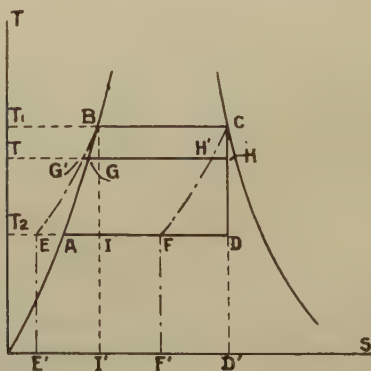
B. Cycle à réchauffage de l'eau condensée.

Le cycle à condensation pure dont nous venons de nous occuper n'est réalisé, à l'heure actuelle, que dans les installations d'importance faible ou moyenne, où la nécessité de réduire les frais d'amortissement interdit l'adoption des cycles spéciaux à rendement élevé. Par contre, dans les centrales thermo-électriques de grande puissance, où la consommation de charbon doit être aussi réduite que possible, la transformation de l'énergie thermique en énergie mécanique est réalisée au moyen du cycle à réchauffage de l'eau condensée. Sans nous arrêter sur les avantages théoriques et pratiques que présente l'emploi du cycle à réchauffage,

nous rappellerons que l'économie qu'il permet d'obtenir est due à la réduction (ou, à la limite, à la suppression) de la « perte triangulaire » dans la partie gauche du diagramme entropique de la vapeur d'eau. La suppression complète de cette perte permettrait de réaliser, dans le cas d'une turbine alimentée avec de la vapeur saturée et fonctionnant avec un rendement ρ égal à l'unité, un cycle équivalent à celui de Carnot (1).

Contrairement au cycle à condensation pure, le cycle à réchauffage comporte, en plus du condenseur, une ou plusieurs sources froides supplémentaires; ces sources froides dont les températures sont supérieures à t_2 , sont constituées par les réchauffeurs d'eau qui sont alimentés par de la vapeur prélevée à la turbine à des pressions comprises entre p_1 et p_2 . Le réchauffage de l'eau est donc effectué aux dépens d'une partie de l'énergie thermique disponible, cette partie étant retranchée du cycle en un ou plusieurs points de la

(1) Cette propriété peut être démontrée comme suit. Représentons dans le diagramme entropique (voir fig. ci-contre), d'une part, un cycle à Rankine à vapeur saturée (ABCD), et d'autre part, un cycle à réchauffage de l'eau condensée par prélèvement continu de vapeur (EBCF), ce dernier cycle étant tracé en tenant compte



Cycle à réchauffage continu de l'eau condensée (vapeur saturée).

de la variation du débit de fluide due au prélèvement. Désignons la grandeur GH du diagramme, correspondant à la température T, par x (avec $BC = x_1$), et le débit prélevé entre les températures T_1 et T par P. Le prélèvement dP ayant lieu à la température T cède au réchauffeur correspondant une quantité de chaleur donnée par $TxdP$; d'autre part, la chaleur reçue par l'eau dans le même

ligne de détente. Mais ce prélèvement de chaleur est effectué non pas en faisant passer la totalité de la vapeur dans le poste de réchauffage où elle subirait un abaissement de température, mais en condensant dans ce poste une partie du débit total de vapeur motrice, l'autre partie continuant sa détente entre la pression de prélèvement et p_2 . C'est donc uniquement le débit de vapeur traversant les différentes cellules de la turbine qui se trouve modifié par suite du réchauffage de l'eau condensée, mais le tracé de la ligne de détente n'est nullement affecté par cette opération. Par conséquent, les considérations que nous avons exposées dans la première partie de ce chapitre, au sujet de la détermination de l'énergie dégagée dans un cycle à condensation pure, restent entièrement applicables au cycle à réchauffage; il suffit seulement de tenir compte, dans ce dernier cas, de la variation du débit

réchauffeur s'exprime par $(1 - P)Tdx$. En égalant ces deux quantités de chaleur, on obtient :

$$TxdP = (1 - P) Tdx$$

d'où :

$$\frac{dx}{x} = \frac{dP}{1 - P}.$$

On en déduit :

$$\ln \frac{x}{x_1} = - \ln(1 - P)$$

ou :

$$x(1 - P) = x_1 = \text{const.}$$

Or, $x(1 - P)$ est la différence d'entropie entre les points H' et G' des courbes CF et BE ; on peut donc écrire :

$$BC = G'H' = EF,$$

de sorte que :

$$\text{aire } EBCF = \text{aire } IBCD,$$

et cette dernière représente un cycle de Carnot décrit entre les températures T_1 et T_2 . Comme l'énergie dépensée dans les deux cas a la même valeur (aire $E'EBCF' = \text{aire } I'BCD'$), les deux cycles sont bien équivalents entre eux.

Signalons que lorsque la vapeur se trouve initialement à l'état de surchauffe, la suppression complète de la « perte triangulaire » ABI n'est pas rigoureuse, mais peut néanmoins être considérée comme une approximation pratiquement suffisante.

de vapeur due aux prélèvements pour l'alimentation des réchauffeurs d'eau.

Mais si le tracé de la ligne de détente correspondant à un cycle à réchauffage ne présente pas de difficultés particulières, il n'en est pas moins vrai que la définition de ce cycle comporte plus de variables que celle du cycle à condensation pure, et que le choix de ces variables supplémentaires exerce une très grande influence sur le rendement global de l'installation. Admettons que les réchauffeurs d'eau fonctionnent sans pertes de chaleur et, de plus, qu'ils soient munis de surfaces d'échange infinies, de sorte que la transmission de la chaleur n'exige aucun écart de température entre les fluides chauffant et chauffé; la vapeur alimentant chacun de ces appareils devra donc être prélevée à la pression qui, dans les tables de la vapeur saturée, correspond à la température de l'eau à la sortie du réchauffeur envisagé. Désignons ces différentes températures, dans l'ordre croissant, par T' , T'' , $T''' \dots T^{(n_r)}$, de sorte que $T_2 < T' < T'' < T''' < \dots < T^{(n_r)}$; ce sont ces n_r températures (n_r étant le nombre des échangeurs formant le poste de réchauffage) qui viennent s'ajouter à la pression initiale p_1 et aux températures extrêmes T_1 et T_2 , pour former les $3 + n_r$ grandeurs définissant le cycle à réchauffage de l'eau condensée. Le problème que nous avons à résoudre consiste à trouver, pour des valeurs données de : p_1 , T_1 et T_2 , les valeurs optima de T' , $T'' \dots T^{(n_r)}$, c'est-à-dire les valeurs de ces variables correspondant au maximum du rendement thermique du cycle réalisé.

C'est ce problème que nous avons cherché à résoudre dans une étude antérieure consacrée au cycle à réchauffage (1). Dans cette étude, nous avons établi un certain nombre de relations générales qui permettent de déterminer, d'une part, les valeurs optima des températures T' , T'' , etc., et d'autre part, la valeur correspondante (qui est la valeur maximum), du rendement du cycle réalisé. Mais, bien que le champ d'application de ces relations englobe pratiquement toutes les combinaisons possibles des variables p_1 , T_1 et n_r , il reste néanmoins soumis aux deux restrictions suivantes : 1°) dans tous nos calculs, la température finale du cycle thermique a été admise constante ($T_2=300^\circ$ abs., ou $t_2=27^\circ$ C);

(1) *Chaleur et Industrie*, juillet et septembre 1937.

2^o) le rendement de la turbine motrice ρ a été admis égal à l'unité, ce qui correspond à une détente adiabatique réversible entre les pressions extrêmes p_1 et p_2 . La première de ces restrictions ne présente pas d'inconvénient pour les applications pratiques, car dans les réalisations industrielles du cycle à réchauffage, la température régnant au condenseur est presque toujours très voisine de 27° C. Par contre, l'hypothèse d'une détente adiabatique ne correspond, bien entendu, jamais à la réalité; pour augmenter la précision des résultats donnés par nos formules, lorsque celles-ci sont utilisées pour la détermination des meilleures conditions de fonctionnement d'une installation réelle, il est donc nécessaire de procéder à une généralisation des relations obtenues, en y faisant intervenir le rendement $\rho < 1$. Cette extension des résultats de notre étude au cas des turbines réelles sera grandement facilitée grâce aux considérations précédentes qui permettent de tracer, sans procéder au calcul thermodynamique complet, la ligne de détente et, par conséquent, de déterminer, en chaque point de la turbine, l'état exact de la vapeur motrice.

Pour obtenir des relations simples et, en même temps, suffisamment précises entre les températures cherchées T' , T'' ... $T^{(n_r)}$ (ces symboles désignant, dans la suite, les valeurs optima des températures envisagées), d'une part, et les grandeurs p_1 , T_1 , n_r , d'autre part, nous avons utilisé, dans l'étude précédente, la méthode de calcul exposée ci-dessus au chapitre I. Rappelons que cette méthode, que nous avons imaginée à l'occasion d'une étude relative à l'utilisation de l'énergie des eaux chaudes, consiste à établir une relation entre chacune des températures considérées et les grandeurs p_1 et T_1 , successivement pour $n_r = 0$, $n_r = 1$ et $n_r = \infty$, et à relier entre eux les résultats ainsi obtenus par une expression de forme hyperbolique. Dans le cas envisagé, la seule difficulté consiste à établir les relations cherchées pour $n_r = 1$, les autres relations, qui correspondent à $n_r = 0$ et à $n_r = \infty$, pouvant être obtenues immédiatement et sans calculs. Or, la recherche analytique de la fonction $T_{n_r=1} = F(p_1, T_1)$ se trouve facilitée grâce au fait que dans le cas d'une détente adiabatique, $T_{n_r=1}$ correspond presque toujours à l'état de saturation de la vapeur, ce qui simplifie la relation entre les variables

S et T. Le point de la ligne de détente correspondant au prélèvement optimum ne se trouve à droite de la courbe de saturation que pour certaines combinaisons particulières des grandeurs p_1 et T_1 , combinaisons qui, d'ailleurs, ne se rencontrent que rarement dans la pratique industrielle (températures très élevées combinées avec des pressions relativement faibles). Il n'en est pas de même pour les turbines réelles, où les pertes d'énergie ont pour effet d'accroître l'entropie de la vapeur et, par conséquent, de réduire la zone des états initiaux (p_1 , T_1) pour lesquels le prélèvement optimum se trouve dans le domaine de la vapeur saturée. Nous verrons, néanmoins, que, quel que soit l'état de la vapeur prélevée, notre méthode générale reste toujours applicable et qu'elle permet de simplifier fortement les calculs relatifs au réchauffage fractionné de l'eau d'alimentation des chaudières.

Considérons d'abord le cas d'un seul prélèvement ($n_r = 1$) et admettons que la vapeur entre dans la turbine à la pression p_1 et à la température absolue T_1 , l'enthalpie correspondante étant de λ_1 cal/kg; nous rapporterons d'ailleurs tous nos calculs à 1 kilogramme de vapeur entrant dans la turbine. Une fraction de ce poids de vapeur, P ($P < 1$), sera prélevée, pour l'alimentation du réchauffeur, à la pression p correspondant à la température de saturation T . Sur la ligne de détente réelle, la vapeur prélevée à cette pression a une enthalpie que nous désignerons par λ (en cal/kg), tandis que sur la droite représentant la détente adiabatique, la même pression p correspond à une enthalpie $\lambda_a < \lambda$. Enfin, l'enthalpie finale de la vapeur, à la température de condensation T_2 , sera désignée, pour la détente réelle et pour celle adiabatique, respectivement par λ_2 et λ_{2a} avec $\lambda_{2a} < \lambda_2$.

Comme nous admettons que le réchauffeur d'eau fonctionne sans pertes calorifiques, et que l'échange de chaleur s'y produit sans aucun écart de température entre les deux faces du faisceau tubulaire, nous pouvons écrire en égalant entre elles la chaleur cédée par la vapeur et celle reçue par l'eau :

$$P(\lambda - i) = (1 - P)(i - i_2),$$

i et i_2 désignant la chaleur de l'eau liquide (en cal/kg) respectivement aux températures T et T_2 .

Le poids prélevé est donc :

$$P = \frac{i - i_2}{\lambda - i_2}.$$

Connaissant la valeur du prélèvement P , nous pouvons maintenant écrire l'expression de la quantité d'énergie q_u transformée en travail dans le cycle envisagé :

$$\begin{aligned} q_u &= \lambda_1 - \lambda + (1 - P)(\lambda - \lambda_2) \\ &= \lambda_1 - \lambda_2 - (\lambda - \lambda_2) \frac{i - i_2}{\lambda - i_2}. \end{aligned}$$

D'autre part, en désignant par ρ_1 et ρ_2 les rendements des deux parties de la turbine, l'une fonctionnant entre les pressions p_1 et p , et l'autre entre les pressions p et p_2 , nous aurons :

$$\lambda = \lambda_1 - \rho_1(\lambda_1 - \lambda_a)$$

$$\begin{aligned} \text{et :} \quad \lambda_2 &= \lambda - \rho_2(\lambda - \lambda_{2a}) \\ &= (1 - \rho_2)[\lambda_1 - \rho_1(\lambda_1 - \lambda_a)] + \rho_2 \lambda_{2a}. \end{aligned}$$

En introduisant ces expressions de λ et de λ_2 dans celle de q_u , on obtient une relation entre cette dernière grandeur et les variables λ_1 , λ_a , λ_{2a} , i , i_2 , ρ_1 et ρ_2 . Il suffit de diviser cette expression de l'énergie utilisée par la valeur de l'énergie dépensée, savoir $(\lambda_1 - i)$ cal/kg, pour obtenir l'expression du rendement thermique $\mathcal{R}$ du cycle réalisé :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{1}{\lambda_1 - i} \left\{ \lambda_1 - (1 - \rho_2)[\lambda_1 - \rho_1(\lambda_1 - \lambda_a)] - \rho_2 \lambda_{2a} \right. \\ &\quad \left. - \rho_2[\lambda_1 - \lambda_{2a} - \rho_1(\lambda_1 - \lambda_a)] \frac{i - i_2}{\lambda_1 - \rho_1(\lambda_1 - \lambda_a) - i_2} \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

On voit facilement que les grandeurs figurant dans le deuxième membre de cette relation dépendent, soit uniquement des données du problème (c'est le cas de

λ_1 , λ_a et λ_{2a}), soit de ces données et de la température de saturation de la vapeur prélevée T . Le problème dont nous nous occupons sera résolu en rendant explicite la relation entre le rendement $\mathcal{R}$ et la température T , et en annulant la dérivée $\frac{d\mathcal{R}}{dT}$ de la fonction ainsi obtenue.

Pour atteindre ce but, nous négligerons la variation de la chaleur spécifique de l'eau avec la température et admettrons pour cette grandeur la valeur constante de 1 cal/kg. Cette simplification, qui laisse pratiquement inchangée la précision des résultats obtenus, nous permet d'écrire, d'une part :

$$i - i_2 = T - T_2,$$

et d'autre part, en désignant l'entropie correspondant à l'état p_1 , T_1 par S_1 :

$$\lambda_a = T \left(1 + S_1 + \ln \frac{273}{T} \right) - 273$$

ou, en posant $1 + S_1 + \ln 273 = A$:

$$\lambda_a = T (A - \ln T) - 273.$$

Cette dernière relation n'est valable que pour autant que le point défini par S_1 et λ_a (donc situé sur l'adiabatique) se trouve dans la zone de la vapeur saturée ; ainsi que nous l'avons déjà signalé, cette condition est satisfaite dans presque tous les cas se rencontrant dans la pratique industrielle.

Il en résulte que l'expression du rendement $\mathcal{R}$ du cycle peut s'écrire :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\lambda_1 + 273 - T} \left\{ \begin{aligned} &\lambda_1 - (1 - \rho_2)[\lambda_1 - \rho_1 (\lambda_1 \\ &\quad - AT + T \ln T - 273)] \quad (26') \\ &- \rho_2 \lambda_{2a} - \rho_2 [\lambda_1 - \lambda_{2a}] \\ &- \rho_1 (\lambda_1 - AT + T \ln T \\ &\quad - 273)] \frac{T - T_2}{\lambda_1 - \rho_1 (\lambda_1 - AT + T \ln T - 273) - T_2 + 273} \end{aligned} \right\}.$$

Sous cette dernière forme, le membre de droite de l'expression de $\mathcal{R}$ contient encore deux fonctions de la température T , savoir ρ_1 et ρ_2 . Pour obtenir un résultat rigoureux, il serait donc nécessaire de tenir compte,

dans la dérivée $\frac{d\mathcal{R}}{dT}$, de la relation entre chacun de ces

rendements partiels et la température de saturation de la vapeur prélevée. En fait, ce calcul laborieux peut être évité, grâce aux considérations suivantes: il est facile de vérifier que la valeur optimum de T varie peu avec ρ_1 et ρ_2 , pour autant que ces deux grandeurs restent dans les limites usuelles; d'autre part, les résultats obtenus précédemment montrent que lorsque la température T varie, ρ_1 et ρ_2 ne subissent que des variations très lentes, car pour une valeur donnée du rendement d'étage ρ' , la variation des coefficients de réchauffage μ_1 et μ_2 avec la température T est peu

sensible. Il en résulte que la dérivée $\frac{d\mathcal{R}}{dT}$ pourra être

obtenue d'une façon suffisamment précise en considérant les rendements ρ_1 et ρ_2 comme des grandeurs constantes, calculées en tenant compte de ρ' et de la valeur approximative de T ; la connaissance de celle-ci permet de fixer également les nombres de cellules dans les deux parties de la turbine, n_1 et n_2 . Le moyen le plus simple de trouver la valeur approximative de T est de poser dans (26') $\rho_1 = \rho_2 = 1$, ce qui revient à assimiler la détente réelle à une détente adiabatique.

La dérivée $\frac{d\mathcal{R}}{dT}$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} & \frac{d\mathcal{R}}{dT} \\ = & (T - T_2)(A - \ln T - 1) + T(A - \ln T) - 273 - \lambda_2^a \\ & - \frac{(T - T_2)[T(A - \ln T) - 273 - \lambda_{2a}](A - \ln T - 1)}{T(A - \ln T) - T_2} \\ & - \frac{(\lambda_1 - \lambda_{2a})[T(A - \ln T) - T_2]}{\lambda_1 - T + 273} \left\{ \right. \\ & \quad \left. + (T - T_2)[T(A - \ln T) - 273 - \lambda_2] \right\}. \end{aligned}$$

En égalant cette expression à zéro, et en procédant

par approximations successives, on trouve facilement la valeur optimum de T pour des valeurs données de p_1 , T_1 et T_2 . En posant $T_2 = 300^{\circ}_{\text{abs}}$, ou $t_2 = 27^{\circ}\text{C}$., la

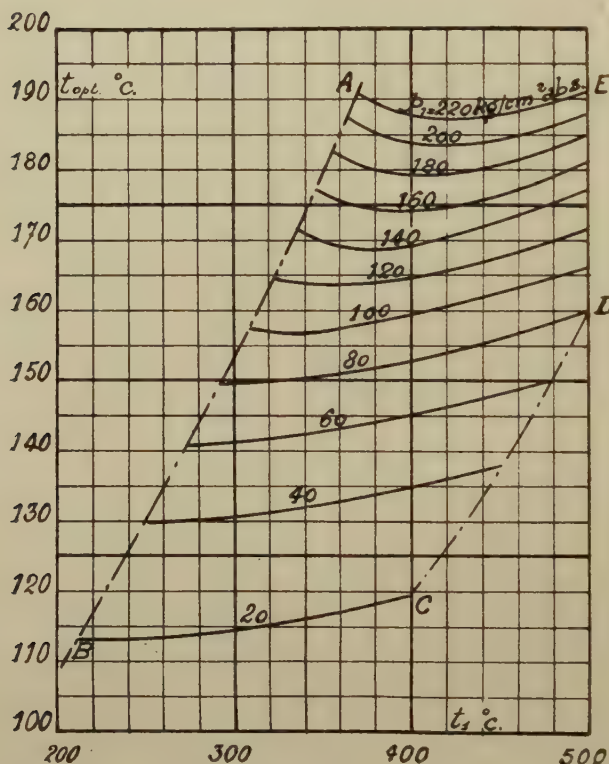


Fig. 10.

Température de réchauffage optimum
pour une détente adiabétique ($t_2 = 27^{\circ}\text{C}$, $n_2 = 1$).

variation de la température de prélèvement optimum (t_{opt} en $^{\circ}\text{C}$.) en fonction de p_1 et de t_1 est donnée par les courbes de la figure 10. Sur cette figure, la courbe AB correspond à la limite de saturation, et la courbe CD est le lieu géométrique des points pour lesquels la vapeur prélevée est saturée et sèche. En remplaçant

la pression p_1 par la température d'ébullition correspondante t_e (en °C.), la relation entre t_{opt} et l'état initial de la vapeur peut être exprimée, avec une approximation très suffisante, comme suit :

$$t_{\text{opt}} = 0,417t_e + 0,0385t_1 + 15,6.$$

De même que la figure 10, cette relation n'est valable que pour $t_2 = 27^\circ\text{C}$ et pour le cas d'une détente adiabatique. Ainsi que nous l'avons signalé, la valeur de t_{opt} ainsi obtenue permet de fixer les nombres de cellules n_1 et n_2 , les coefficients de réchauffage μ_1 et μ_2 et, enfin, les rendements ρ_1 et ρ_2 qui, introduits dans (26'), permettent d'obtenir la dérivée $\frac{d\mathcal{R}}{dT}$.

L'annulation de celle-ci fournit à la fois la vraie valeur de t_{opt} et le rendement maximum du cycle thermique réalisé.

Au lieu de cette solution analytique du problème considéré, on peut également chercher la valeur de t_{opt} par la méthode graphique. Cette méthode, qui est particulièrement recommandable lorsque le point cherché se trouve à droite de la courbe CD de la figure 10, permet dans tous les cas de trouver rapidement la température t_{opt} en tenant compte de toutes les données du problème. Son emploi se trouve facilité grâce au fait que le tracé de la ligne de détente, dans le diagramme T/S ou λ /S, est indépendant du choix de la température de prélèvement, ce choix n'influençant que le poids de vapeur prélevée, et laissant inchangées les transformations thermodynamiques ayant lieu dans la turbine. La ligne de détente étant tracée (d'après la méthode exposée au début de ce chapitre), il est facile de déterminer, pour chaque valeur de la température t (ou de la pression de prélèvement p), les valeurs correspondantes de l'enthalpie λ et de la chaleur de l'eau i : il suffit ensuite d'introduire ces grandeurs dans l'expression du rendement :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\lambda_1 - i} \left[\lambda_1 - \lambda_2 - (\lambda - \lambda_2) \frac{i - i_2}{\lambda - i_2} \right]$$

pour être en mesure de tracer la courbe donnant $\mathcal{R}$ en fonction de t (ou de p). Le maximum de cette courbe définit immédiatement la valeur cherchée de t_{opt} .

Chacune de ces deux méthodes permet donc de résoudre entièrement le problème qui nous occupe, pour le cas d'un seul réchauffeur d'eau ($n_r = 1$). Nous allons montrer maintenant comment les résultats ainsi trouvés peuvent être utilisés pour la détermination rapide des températures optima et du rendement maximum correspondant à un nombre de réchauffeurs quelconque.

Examinons d'abord comment la connaissance de la température optimum correspondant à $n_r = 1$, température que nous désignerons $t_{n_r=1}$, permet de trouver les valeurs t' , t'' , $t''' \dots t^{(n_r)}$ des températures régnant à la sortie de chacun des n_r réchauffeurs de la série, n_r étant un nombre entier supérieur à l'unité. Pour commencer, considérons le dernier appareil de la série, qui est celui qui fonctionne à la température la plus élevée $t^{(n_r)}$; c'est à cette température que l'eau réchauffée entre dans la chaudière où elle s'évapore à la température d'ébullition t_e . Il est évident que si le nombre n_r est égal à l'unité, la température finale $t^{(n_r)}$ sera précisément $t_{n_r=1}$, dont la valeur résulte des considérations précédentes. D'autre part, si le nombre de réchauffeurs est infini ($n_r = \infty$), les températures de fonctionnement de ces appareils doivent couvrir toute la gamme comprise entre la température de condensation t_2 et celle d'ébullition t_e , de sorte que dans ce cas on a : $t^{(n_r)} = t_e$. Enfin, lorsque $n_r = 0$, l'installation fonctionnant sans réchauffage de l'eau, on peut considérer le condenseur de vapeur comme un réchauffeur fictif, dont la présence n'exerce aucune influence sur le rendement thermique réalisé; on peut donc poser, dans ce cas : $t^{(n_r)} = t_2$. Ces trois valeurs de la température finale $t^{(n_r)}$ permettent de déterminer les trois coefficients a , b et c de la formule d'interpolation :

$$t^{(n_r)} = a - \frac{b}{c + n_r}.$$

On a ainsi successivement :

$$a = t_e,$$

$$b = \frac{(t_e - t_2)(t_e - t_{n_r=1})}{t_{n_r=1} - t_2}$$

et :

$$c = \frac{t_e - t_{n=1}}{t_{n=1} - t_2}$$

d'où finalement :

$$t^{(n)}_{(r)} = t_e - \frac{t_e - t_2}{1 + n \times \frac{t_{n=1} - t_2}{t_e - t_{n=1}}}$$

Remarquons que cette relation a été établie d'après des considérations purement formelles, et sans avoir recours au diagramme entropique. En appliquant un raisonnement analogue au cas du premier réchauffeur, on obtient pour sa température optimum t' l'expression :

$$t' = t_2 + \frac{t_e - t_2}{1 + n \times \frac{t_e - t_{n=1}}{t_{n=1} - t_2}}$$

D'une manière générale, la température optimum $t^{(k_r)}_{(r)}$ correspondant à un réchauffeur quelconque d'ordre k_r d'une série de n_r appareils, peut s'exprimer par la relation :

$$t^{(k_r)}_{(r)} = t + \frac{F(k_r) - t_2}{1 + (n_r - k_r) \frac{t_e - F(k_r)}{t_e - t_2}} \quad (27)$$

où :

$$F(k_r) = t_e - \frac{t_e - t_2}{1 + k_r \times \frac{t_{n=1} - t_2}{t_e - t_{n=1}}}$$

Il est facile de voir qu'en posant dans l'expression (27) $k_r = 1$ ou $k_r = n_r$, on obtient respectivement les expressions de t' ou de $t^{(n_r)}$ qui ne sont, d'ailleurs, que des cas particuliers de cette relation générale. De même, en posant simultanément $k_r = 1$ et $n_r = 1$, on retrouve

pour $t^{(k_r)}$ la valeur de $t_{n_r=1}$ obtenue pour le cas d'une installation comportant un seul réchauffeur d'eau condensée. L'expression (27), jointe à la détermination préalable de $t_{n_r=1}$, fournit donc la solution complète du problème concernant le choix rationnel des températures de fonctionnement des différents réchauffeurs de la série.

Ce problème étant ainsi résolu, on dispose de tous les éléments nécessaires pour la détermination du rendement maximum $\mathfrak{R}$ du cycle thermique, rendement qui correspond précisément aux valeurs de t' , $t'' \dots t^{(n_r)}$ données par l'expression (27). Pour trouver la valeur de ce rendement $\mathfrak{R}$, on peut, soit procéder par calcul direct, en dérivant l'expression générale du rendement du cycle à réchauffage et en y introduisant les valeurs de t' , $t'' \dots t^{(n_r)}$ déterminées précédemment, soit utiliser, ainsi que nous l'avons fait pour la recherche des températures, une formule d'interpolation. Cette dernière méthode que nous allons exposer ci-dessous présente l'avantage de permettre de passer rapidement d'un nombre n_r quelconque à un nombre différent, sans avoir à calculer dans chaque cas les valeurs optima des températures de fonctionnement. On obtient ainsi la possibilité de comparer entre elles, à l'aide d'un calcul extrêmement simple, les valeurs de $\mathfrak{R}$ correspondant à plusieurs valeurs de n_r , et d'en déduire, dans chaque cas particulier, le gain résultant de l'adjonction au poste de réchauffage d'un appareil supplémentaire.

Dans notre étude relative au cycle à réchauffage réalisé au moyen d'une turbine parfaite, nous avons montré que dans ce cas idéal, le gain relatif η , défini par :

$$\eta = \frac{\mathfrak{R} - \mathfrak{R}_{n_r=0}}{\mathfrak{R}_{n_r=\infty} - \mathfrak{R}_{n_r=0}}$$

peut s'exprimer, avec une précision suffisante, par la relation très simple :

$$\eta = 1 - \frac{1,35}{1,35 + n_r}$$

qui est valable pour $p_1 \leq 140 \text{ kg/cm}^2$ et $t_2 = 27^\circ\text{C}$.

Une relation analogue, fondée sur la détermination préalable de $\mathfrak{R}_{n_r = \infty}$, pourrait être établie également pour le cas qui nous occupe, qui est celui du cycle réel à réchauffage de l'eau condensée. Toutefois, dans ce cas, il peut souvent être plus commode de calculer la valeur de $\mathfrak{R}$ correspondant, par exemple, à $n_r = 2$ que celle relative à $n_r = \infty$; la détermination de $\mathfrak{R}_{n_r=2}$ ne présente pas de difficultés, grâce au calcul préalable de t' et t'' , ces deux grandeurs pouvant elles-mêmes être facilement déduites de la valeur de $t_{n_r=1}$. La formule exprimant la relation entre le rendement du cycle réel $\mathfrak{R}$ et le nombre de réchauffeurs n_r sera donc établie à l'aide des valeurs de $\mathfrak{R}$ correspondant à $n_r = 0$, $n_r = 1$ et $n_r = 2$, valeurs qui seront désignées respectivement par $\mathfrak{R}_{n_r=0}$, $\mathfrak{R}_{n_r=1}$ et $\mathfrak{R}_{n_r=2}$.

Considérons l'accroissement du rendement dû à la substitution au cycle habituel à condensation pure du cycle à réchauffage de l'eau condensée; avec les notations que nous avons adoptées, ce gain s'exprime par $\mathfrak{R} - \mathfrak{R}_{n_r=0}$. Dans le cas du cycle parfait, comportant une détente adiabatique, nous avons rapporté ce gain à la différence $\mathfrak{R}_{n_r=\infty} - \mathfrak{R}_{n_r=0}$, et nous avons admis ce rapport pour la définition du gain relatif η . Comme, dans le cas qui nous occupe ici, la valeur de $\mathfrak{R}_{n_r=\infty}$ est supposée inconnue, nous adopterons pour le gain réalisé une nouvelle définition, savoir :

$$\nu = \frac{\mathfrak{R} - \mathfrak{R}_{n_r=0}}{\mathfrak{R}_{n_r=1} - \mathfrak{R}_{n_r=0}}.$$

De même que dans le cas précédent, nous avons établi la relation $\eta = \varphi(n_r)$ par interpolation entre les valeurs de η correspondant à $n_r = 0$, $n_r = 1$ et $n_r = \infty$, nous allons établir maintenant une relation $\nu = \psi(n_r)$ en extrapolant les valeurs de ν correspondant à $n_r = 0$, $n_r = 1$ et $n_r = 2$. Nous avons, en effet, par définition :

1) pour $n_r = 0$, $\nu = 0$;

2) pour $n_r = 1$, $\nu = \frac{\mathfrak{R}_{n_r=1} - \mathfrak{R}_{n_r=0}}{\mathfrak{R}_{n_r=1} - \mathfrak{R}_{n_r=0}} = \nu_{n_r=1}$;

$$\text{enfin, 3) pour } n_r = 2, \nu = \frac{\mathfrak{R}_{n=2} - \mathfrak{R}_{n=0}}{\mathfrak{R}_{n=0}} = \nu_{n=2}.$$

En donnant à la relation cherchée $\nu = \psi(n_r)$ la forme :

$$\nu = \alpha + \frac{\beta}{\gamma + n_r},$$

et en remplaçant n_r successivement par 0, 1 et 2, on obtient les équations :

$$\alpha + \frac{\beta}{\gamma + 0} = 0 \quad \text{d'où} \quad \alpha = -\frac{\beta}{\gamma};$$

$$\alpha + \frac{\beta}{\gamma + 1} = \nu_{n=1}$$

$$\text{et} \quad \alpha + \frac{\beta}{\gamma + 2} = \nu_{n=2}.$$

Ces trois équations permettent facilement de trouver les valeurs des trois inconnues α , β et γ . Sans entrer dans le détail des calculs, signalons qu'en introduisant ces valeurs dans la relation générale $\nu = \psi(n_r)$, on obtient, après quelques transformations, l'expression suivante :

$$\nu = \frac{\left[\nu_{n=1} \nu_{n=2} \right]}{2 \nu_{n=1} - \nu_{n=2}} \left[1 - \frac{1}{1 + n_r \times \frac{2 \nu_{n=1} - \nu_{n=2}}{2 (\nu_{n=2} - \nu_{n=1})}} \right] \quad (28)$$

Grâce à cette expression, on peut trouver rapidement la valeur du gain ν et, par conséquent, celle du rendement $\mathfrak{R}$, correspondant à un nombre n_r quelconque. En particulier, en posant dans (28)

$n_r = \infty$, on obtient l'expression du gain maximum $v_{n=\infty}$, en fonction de $v_{n=1}$ et $v_{n=2}$:

$$v_{n=\infty} = \frac{v_{n=1} v_{n=2}}{2 v_{n=1} - v_{n=2}}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{n=\infty} &= \mathcal{R}_{n=0} (1 + v_{n=\infty}) \\ &= \mathcal{R}_{n=0} \left(1 + \frac{v_{n=1} v_{n=2}}{2 v_{n=1} - v_{n=2}} \right) \end{aligned}$$

La connaissance du rendement $\mathcal{R}_{n=\infty}$ permet, à son tour, la détermination du gain relatif η défini ci-dessus par le rapport de $\mathcal{R}_{n_r} - \mathcal{R}_{n_r=0}$ à $\mathcal{R}_{n_r=\infty} - \mathcal{R}_{n_r=0}$. Comme, par définition, pour $n_r = 0, \eta = 0$, et pour $n_r = \infty, \eta_{n_r=\infty} = 1$, il suffit de trouver la valeur de η correspondant, par exemple, à $n_r = 1$, pour être en mesure d'établir, par interpolation, une relation entre η et n_r . Cette relation est :

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 + n_r \times \frac{\eta_{n=1}}{1 - \eta_{n=1}}} \quad (29)$$

Dans le cas particulier d'une détente adiabatique, le rapport $\frac{\eta_{n=1}}{1 - \eta_{n=1}}$ est sensiblement constant; sa va-

leur moyenne est de 0,425 d'où $\frac{1 - \eta_{n=1}}{\eta_{n=1}} = 1,35$. C'est

en introduisant cette valeur dans (29) que nous avons trouvé, pour le cas d'une turbine parfaite, la relation indiquée ci-dessus entre le gain relatif η et le nombre de réchauffeurs n_r .

De même que la détermination de $t_{n_r=1}$ par l'une

des deux méthodes que nous avons indiquées (analytique ou graphique) et l'application de la relation (27) permettent de trouver les conditions de fonctionnement optima d'une installation comportant un réchauffage de l'eau condensée, de même les expressions (28) ou (29) fournissent la valeur du rendement maximum pouvant être obtenu dans chaque cas particulier. L'ensemble de ces relations permet donc de résoudre complètement tous les problèmes relatifs au cycle réel à prélèvements de vapeur pour réchauffage de l'eau d'alimentation des chaudières.

C. Cycle à resurchauffe.

De même que le cycle à réchauffage de l'eau condensée, le cycle à resurchauffe de la vapeur présente, en plus de certains avantages pratiques sur lesquels nous ne nous arrêterons pas ici, celui de permettre un accroissement du rendement thermique pour des valeurs données de p_1 , t_1 , t_2 et ρ' . Dans le premier de ces cycles, ce résultat est atteint grâce à une réduction (ou, à la limite, à la suppression) de la surface triangulaire située dans la partie gauche du polygone curviligne représentant le cycle dans le diagramme entropique ; dans le second, par contre, l'accroissement de rendement est obtenu au moyen de l'adjonction d'une surface supplémentaire à la partie droite du même polygone. Signalons, toutefois, que tandis que toute réduction de la « perte triangulaire » contribue à l'amélioration du cycle thermique, l'adjonction d'une nouvelle surface, à l'aide de la resurchauffe, n'est avantageuse que dans certaines conditions déterminées ; lorsque ces conditions ne sont pas observées, la resurchauffe de la vapeur peut même avoir un effet nuisible sur le rendement de l'installation.

En plus de cette différence caractéristique, les deux cycles présentent encore une autre opposition qui, du point de vue qui nous occupe ici, est de la plus haute importance. En effet, ainsi que nous l'avons déjà signalé, les prélèvements opérés en vue d'alimenter les réchauffeurs d'eau condensée font varier les débits de vapeur traversant les différentes parties de la turbine, mais n'exercent aucune influence sur le tracé de la ligne de détente qui reste inchangée lorsqu'on

passé du cycle à condensation pure au cycle à réchauffage. Par contre, l'apport d'énergie réalisé dans le cycle à resurchauffe n'affecte pas le débit de vapeur, mais l'état de celle-ci ; lorsque cette opération est effectuée en un nombre fini de phases, elle apporte donc à la ligne de détente autant de discontinuités, en décalant chaque fois cette ligne de gauche à droite, c'est-à-dire dans le sens des entropies croissantes. Or, ces décalages ont pour effet d'augmenter fortement, non seulement la quantité totale d'énergie dégagée, mais aussi la fraction de cette énergie qui correspond à la zone de la vapeur surchauffée ; lorsque le nombre de phases est suffisant, la vapeur sort de la turbine à l'état de surchauffe, de sorte que la ligne de détente est située entièrement à droite de la courbe de saturation. Or, nous avons déjà montré que, toutes choses égales d'ailleurs, le coefficient de réchauffage μ est notablement plus élevé dans le cas de la vapeur surchauffée que dans celui de la vapeur saturée. Il en résulte qu'à tous les avantages bien connus du cycle à resurchauffe il y a lieu d'en ajouter encore un autre, savoir l'accroissement du coefficient de réchauffage et, par consé-

quent, du rapport $\frac{\rho}{\rho'}$. Bien entendu, cet avantage supplémentaire n'existe que dans le cas d'une turbine réelle où $\rho' < 1$, car si la détente de la vapeur est adiabatique, on a toujours $\rho = \rho' = 1$: la turbine fonctionnant sans pertes, l'énergie dégagée q_n ne peut subir aucun accroissement. Notons d'ailleurs que l'augmentation de l'énergie disponible, due à la resurchauffe, nécessite un accroissement du nombre de cellules (n) de la turbine ; cette circonstance exerce sur le coefficient μ une influence favorable, qui vient s'ajouter à celle de la variation de l'état de la vapeur.

Considérons une turbine fonctionnant avec une seule resurchauffe de la vapeur et proposons-nous de déterminer, d'une part, les meilleures conditions dans lesquelles cette opération puisse être réalisée, et d'autre part, le rendement thermique correspondant, qui sera le rendement maximum pouvant être obtenu dans le cas envisagé. Dans le diagramme entropique (fig. 11), le point D, situé à l'intersection de l'isobare p_1 et de l'isotherme T_1 , représente l'état de la vapeur à l'admission de la turbine. De même que précédemment, nous admettrons, pour simplifier, que la ligne de détente

soit une courbe continue, ce qui revient à supposer que le nombre de cellules n est infini. En un point quelconque de la ligne de détente E, caractérisé par la pression p , la vapeur subit une surchauffe intermédiaire, ou resurchauffe, qui porte sa température de T à $T'_1 > T$; dans le diagramme, cette opération est figurée par la courbe EF. A la sortie du resurchauf

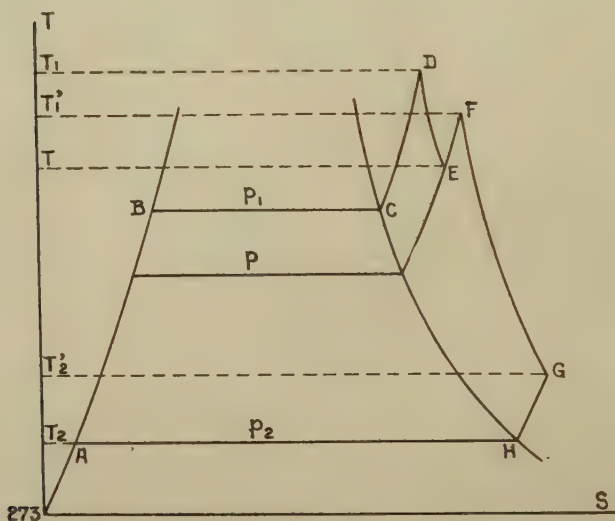


Fig. 11.

Cycle comportant une seule resurchauffe de la vapeur.

feur, la vapeur se trouvant à la pression p et à la température T'_1 poursuit sa détente dans la turbine jusqu'à la pression p_2 régnant au condenseur. Cette nouvelle ligne de détente peut aboutir à l'isobare p_2 soit à gauche, soit à droite de la limite de saturation : c'est cette dernière hypothèse que nous avons adoptée pour le tracé de la figure 11 où le point final G de la ligne de détente FG se trouve dans la zone de la vapeur surchauffée. A la sortie de la turbine, la vapeur se trouve donc à la pression p_2 et à une température $T'_2 > T_2$, T_2 étant la température de saturation correspondant à p_2 . L'ensemble des opérations subies par la vapeur au cours du cycle complet est représenté dans le diagramme par la figure ABCDEFGH.

On voit donc que la resurchauffe de la vapeur est définie par deux grandeurs différentes et indépendantes l'une de l'autre : d'une part, le commencement de l'opération est déterminé par la position du point E sur la courbe DE, ou, ce qui revient au même, par la pression p ; d'autre part, la fin de la même opération est donnée par la position du point F sur l'isobare p , ou, en d'autres termes, par la température T_1 . Choisissons pour cette température une valeur constante, par exemple, $T_1' = T_1$, de manière que l'ensemble du cycle ne soit fonction que d'une seule variable indépendante, qui est la pression p (en effet, les grandeurs p_1 , T_1 , p_2 , de même que ρ' et n qui définissent l'allure des courbes de détente, font partie des données du problème). Le problème que nous nous sommes posé (pour le cas d'une seule resurchauffe) sera résolu lorsque nous aurons trouvé la valeur optimum de la pression p et la valeur maximum du rendement thermique $\mathcal{R}$.

Pour établir l'expression du rendement $\mathcal{R}$, cherchons d'abord les valeurs des énergies dépensées pour la production de la vapeur et fournie par la détente de celle-ci dans la turbine. La production d'un kilogramme de vapeur à la pression p_1 et à la température T_1 absorbe $(\lambda_1 - i_2)$ cal, λ_1 étant l'enthalpie de la vapeur vive (point D, fig. 11) et i_2 étant la chaleur de l'eau liquide à la température T_2 . De même, la resurchauffe de la vapeur de T à T_1 absorbe $(\lambda_1' - \lambda)$ cal/kg, λ_1' et λ désignant l'enthalpie respectivement aux points F et E du diagramme entropique. L'énergie totale dépensée s'exprime donc par $(\lambda_1 - \lambda + \lambda_1' - i_2)$ cal/kg. Quant à l'énergie transformée en travail utile, elle est, à l'amont du resurchauffeur, de $(\lambda_1 - \lambda)$ cal/kg, et à l'aval de celui-ci, de $(\lambda_1' - \lambda_2')$ cal/kg, où λ_2' est l'enthalpie de la vapeur à l'état final (point G). L'énergie utile totale est donc de $(\lambda_1 - \lambda + \lambda_1' - \lambda_2')$ cal/kg, et le rendement du cycle $\mathcal{R}$ a, par conséquent, l'expression :

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda_1 - \lambda - \lambda_1' - \lambda_2'}{\lambda_1 - \lambda + \lambda_1' - i_2}.$$

En utilisant cette expression, il est facile de trouver le rendement $\mathcal{R}$ correspondant à chaque valeur de la pression p , et de tracer la courbe représentant la

relation entre ces deux variables. Le maximum de cette courbe définit à la fois la valeur optimum de la pression p et le rendement thermique correspondant.

Il est évident qu'en adoptant pour p la valeur $p = p_1$, on trouve pour le rendement $\mathcal{R}$ la même valeur que dans le cas d'un cycle sans resurchauffe; en effet, si la resurchauffe est effectuée à la pression initiale, la quantité de chaleur transmise par le resurchauffeur ne peut être que nulle. Mais, en faisant varier la pression p entre p_1 et p_2 et en examinant la variation du rendement $\mathcal{R}$ en fonction de cette variable, on constate que l'accroissement de rendement dû à la resurchauffe s'annule non seulement pour $p = p_1$, mais aussi pour une autre valeur de p , comprise entre sa valeur optimum et p_2 . Ce résultat s'explique facilement par le fait qu'en adoptant pour p la valeur limite $p = p_2$, la chaleur dépensée pour la resurchauffe est très élevée, tandis que la chaleur transformée en travail ne subit aucun accroissement, la vapeur resurchauffée ne pouvant plus se détendre dans la turbine. Le rendement correspondant à $p = p_2$ est donc inférieur à celui du cycle sans resurchauffe, de sorte qu'entre p_{opt} et p_2 il existe une valeur particulière de la pression p où la resurchauffe de la vapeur n'exerce aucune influence sur le rendement du cycle thermique. Cette valeur particulière, que nous désignerons p_0 , nous sera très utile pour l'étude de la resurchauffe fractionnée en plusieurs phases.

De même que nous l'avons fait dans le cas du cycle à réchauffage de l'eau condensée, nous commencerons l'étude de la resurchauffe fractionnée en admettant que l'opération soit effectuée au moyen d'un nombre infini d'appareils : $n_s = \infty$, n_s étant le nombre des resurchauffeurs, ou surchauffeurs intermédiaires (bien entendu, le surchauffeur initial se trouvant à l'amont de la turbine et portant la température de la vapeur de t_c à t_1 ne fait pas partie de ce nombre). La vapeur admise dans la turbine se détend dans ce cas dans un nombre infini de cellules entre lesquelles sont placés les resurchauffeurs élémentaires, également en nombre infini. La baisse de température due à la détente (baisse qui, pour $n_s = \infty$, est infiniment petite) est donc immédiatement compensée par la resurchauffe, de sorte que l'ensemble de ces opérations peut être représenté, dans le diagramme entropique, par une isotherme telle que DE (fig. 12); la succession des détente et des resur-

d'établir la relation donnant le rendement $\mathcal{R}$ du cycle en fonction de la température T_2' pour être en mesure de déterminer les conditions de fonctionnement permettant d'obtenir le rendement thermique maximum pour des valeurs données de p_1 , T_1 , p_2 , ρ' et n .

Pour atteindre ce but, écrivons d'abord l'expression de la quantité d'énergie dépensée pour la production de la vapeur et sa resurchauffe continue. La production de la vapeur à l'état défini par le point D absorbe, par kilogramme ($\lambda_1 - i_2$) cal, les symboles λ_1 et i_2 désignant les mêmes grandeurs que dans le cas d'un seul resurchauffeur. En ce qui concerne la resurchauffe, l'énergie absorbée par cette opération sera déterminée à l'aide des considérations suivantes :

Supposons, pour simplifier, qu'entre les états représentés par les points D et E, la vapeur puisse être assimilée à un gaz parfait ; dans ce cas, l'isotherme DE représente aussi une transformation à enthalpie constante. En un point quelconque de la droite DE, l'énergie dégagée par la détente de la vapeur dans la cellule élémentaire est donnée par le produit CdT , et l'énergie utilisée par $\rho' CdT$, ρ' étant le rendement de la cellule. C'est cette quantité d'énergie $\rho' CdT = \rho' TdS$ qui doit être restituée à la vapeur pour que sa température (et, par conséquent, son enthalpie) soit ramenée à sa valeur initiale. En intégrant cette expression de l'énergie élémentaire entre les points D et E, on trouve que la quantité totale d'énergie absorbée par la resurchauffe s'exprime par $\rho' T_1 (S'_1 - S_1)$, S_1 et S'_1 désignant l'entropie de la vapeur respectivement aux points D et E. Remarquons que dans cette expression, seul intervient le rendement d'étage ρ' , et non le produit $\mu\rho' = \rho$, car quelle que soit la valeur de ρ' , la resurchauffe ramène toujours la température de la vapeur à T_1 , de sorte que les pertes d'énergie au cours de la détente influencent bien la quantité d'énergie utilisée, mais non celle qui est dégagée pendant la portion DE du cycle envisagé. Si le rendement $\rho' = 1$, toute l'énergie dégagée se transforme en travail et doit, par conséquent, être compensée par la resurchauffe ; si, par contre, $\rho' = 0$, l'énergie utilisée est nulle, et la transformation DE est équivalente à un laminage de vapeur entre les pressions p_1 et p'_2 : comme cette opération a lieu à enthalpie constante, le passage du point D au point E du diagramme n'exige aucune dépense d'énergie.

En additionnant les quantités d'énergie dépensées pour la production et pour la resurchauffe continue de la vapeur, on obtient pour la dépense totale l'expression $\lambda_1 - i_2 + \rho' T_1 (S'_1 - S_1)$. D'autre part, en désignant par λ_2'' l'enthalpie de la vapeur au point final G, l'énergie transmise au condenseur s'exprime immédiatement par $\lambda_2'' - i_2$. Par conséquent, le rendement thermique $\mathfrak{R}$ du cycle considéré résultera de la relation :

$$1 - \mathfrak{R} = \frac{\lambda_2'' - i_2}{\lambda_1 - i_2 + \rho' T_1 (S'_1 - S_1)} \quad (30)$$

Dans cette relation, les grandeurs S'_1 et λ_2'' peuvent être exprimées en fonction de la température T'_2 que nous avons choisie pour variable indépendante. En effet, si nous appelons S_2 l'entropie de la vapeur au point H, se trouvant à l'intersection de l'isobare p_2 et de la courbe de saturation, nous aurons :

$$S'_1 = S_2 + C \ln \frac{T'_2}{T_2}$$

où la chaleur spécifique C, prise le long de l'isobare p_2 , est pratiquement constante. D'autre part, la relation entre λ_2'' et T'_2 peut être établie comme suit : comme nous avons admis que l'enthalpie de la vapeur au point E était la même qu'au point D, savoir λ_1 cal/kg, la détente polytropique EG fournit une énergie utile qui s'exprime par :

$$\lambda_1 - \lambda_2'' = \mu \rho' (\lambda_1 - \lambda_2'),$$

μ étant le coefficient de réchauffage relatif à la détente entre les pressions p'_2 et p_2 . Or, l'enthalpie λ_2' est donnée par la relation :

$$\lambda_2' = \lambda_2 + C(T'_2 - T_2)$$

où λ_2 et T_2 sont des grandeurs invariables pour un cycle

donné. En remplaçant dans (30) S'_1 et λ_2'' par leurs valeurs, on obtient donc :

$$1 - \mathfrak{R} = \frac{\lambda_1(1 - \mu\rho') + \mu\rho'[\lambda_2 + C(T_2' - T_2)] - i_2}{\lambda_1 - i_2 + \rho'T_1 \left(S_2 - S_1 + C \ln \frac{T_2'}{T_2} \right)} \quad (30')$$

En négligeant la variation du coefficient μ avec la température T_2' (nous verrons, en effet, qu'il est toujours possible de déterminer d'avance la valeur de ce coefficient avec une précision suffisante), le deuxième membre de l'équation (30') ne contient qu'une seule variable, qui est la température T_2' . Pour trouver la valeur optimum de cette grandeur, il suffit donc d'annuler la dérivée de la fonction (30') :

$$\frac{d(1 - \mathfrak{R})}{dT_2'} = - \frac{d\mathfrak{R}}{dT_2'} = 0.$$

On obtient ainsi facilement, après quelques transformations (en admettant $\rho' > 0$) :

$$\mu - \frac{\frac{T_1}{T_2'} \left\{ \lambda_1(1 - \mu\rho') + \mu\rho'[\lambda_2 + C(T_2' - T_2)] - i_2 \right\}}{\lambda_1 - i_2 + \rho'T_1 \left(S_2 - S_1 + C \ln \frac{T_2'}{T_1} \right)} = 0, \quad (31)$$

ce qui peut s'écrire également :

$$1 - \frac{T_1}{\mu T_2'} \times \frac{\text{énergie cédée au condenseur}}{\text{énergie dépensée}} = 0.$$

Or, dans cette expression, T_2' est précisément la température cherchée $T_{2\text{opt.}}$, et le rapport de la quantité d'énergie cédée au condenseur à celle dépensée est égal à $1 - \mathfrak{R}_{\text{max}}$, $\mathfrak{R}_{\text{max}}$ étant le rendement thermique le plus élevé pouvant être obtenu avec le cycle considéré. Nous pouvons donc écrire :

$$1 - \frac{T_1}{\mu T_{2\text{opt.}}} (1 - \mathfrak{R}_{\text{max}}) = 0$$

ou :

$$\mathcal{R}_{\max.} = \frac{T_1 - \mu T'_{2\text{opt.}}}{T_1} \quad (32)$$

Cette dernière relation non seulement permet de trouver immédiatement le rendement maximum du cycle, sans passer par l'expression (30) ou (30'), mais elle exprime aussi une propriété intéressante du cycle à resurchauffe continue. En effet, elle montre que le rendement maximum d'un tel cycle est égal au rendement d'un cycle de Carnot décrit entre la température initiale T_1 et une température finale définie par le produit $\mu T'_{2\text{opt.}}$. Si la détente de la vapeur dans la turbine est adiabatique et réversible, la température finale du cycle de Carnot équivalent se réduit à $T'_{2\text{opt.}}$; nous revenons ainsi au cas particulier que nous avons examiné dans une étude consacrée au fractionnement de la resurchauffe dans le cas d'une turbine parfaite (1). L'examen de la relation générale (32) montre que l'expression particulière :

$$\mathcal{R}_{\max.} = \frac{T_1 - T'_{2\text{opt.}}}{T_1}$$

est valable non seulement pour une turbine idéale fonctionnant sans pertes, mais aussi pour une turbine réelle qui ne comporterait, entre les pressions p'_2 opt. et p_2 , qu'une seule cellule de détente; en effet, dans ce cas, de même que dans le précédent, le coefficient de réchauffage est égal à l'unité et, par conséquent, n'intervient pas dans la relation entre $\mathcal{R}_{\max}$ et $T'_{2\text{opt.}}$.

En ce qui concerne cette dernière grandeur, elle peut être déterminée en résolvant, par approximations successives, l'équation (31). La recherche préalable du coefficient μ sera facilitée en utilisant les courbes de la figure 13 (2) qui donnent la valeur de la pression p'_2 opt. en fonction de p_1 et de t_1 , pour $\rho' = 1$ et $t_2 = 27^\circ \text{C}$. Grâce à cette figure, on peut déterminer approximativement la quantité d'énergie disponible entre les pressions p'_2 et p_2 , ce qui permet de fixer le nombre de

(1) *Chaleur et Industrie*, août et septembre 1938.

(2) Cette figure est extraite de notre étude précitée (*Chaleur et Industrie*, septembre 1938).

cellules n et, enfin, le coefficient de réchauffage μ ; l'introduction de la valeur de μ ainsi trouvée dans (31) conduit à une certaine valeur de $T'_{2\text{opt}}$, dont la comparaison avec celle qui résulte de la figure 13 montre si le coefficient de réchauffage admis pour le calcul est

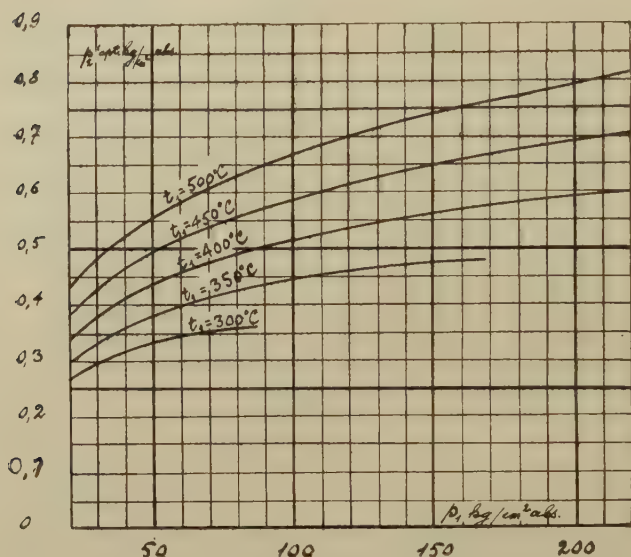


Fig. 13.

Pression optimum du dernier resurchauffeur
pour une détente adiabatique ($t_2 = 27^\circ\text{C}$, $n_s = \infty$.)

suffisamment conforme à la réalité, ou bien s'il y a lieu de le modifier dans une certaine mesure.

On constate ainsi que la température optimum de la vapeur à l'échappement de la turbine peut atteindre des valeurs assez élevées. Ainsi, dans le cas d'une turbine parfaite alimentée avec de la vapeur à la pression absolue de $20 \text{ kg/cm}^2 \text{ abs.}$, surchauffée à 500°C , la valeur optimum de la température finale est de 168°C , la température au condenseur étant de 27°C . Bien entendu, une partie de la chaleur contenue dans la vapeur d'échappement peut être utilisée, par exemple, pour le réchauffage de l'eau d'alimentation des chau-

dières, ou pour celui de l'air comburant, ce qui aurait pour effet un nouvel accroissement du rendement du cycle.

Nous avons donc déterminé, d'une part, le rendement maximum et, d'autre part, les conditions de réalisation optima du cycle à resurchauffe continue qui est caractérisé par l'utilisation d'un nombre infini de resurchauffeurs, ainsi que d'un nombre infini de cellules de détente entre les pressions p_1 et p'_2 (bien entendu, les relations générales que nous avons obtenues restent valables quel que soit le nombre de cellules entre les pressions p'_2 et p_2). Pour passer maintenant au cas d'un nombre n_s supérieur à l'unité, mais fini, nous procéderons de la même manière que dans l'étude du cycle à réchauffage de l'eau condensée et nous établirons des formules d'interpolation fondées sur la connaissance de p_0 , p'_{2opt} et $p_{n_s=1}$, ce dernier symbole désignant la pression optimum correspondant au cas d'un seul resurchauffeur.

Si nous considérons, pour commencer, le premier resurchauffeur de la série (ces appareils étant numérotés dans le sens de l'écoulement de la vapeur), sa pression de fonctionnement optimum p' pourra être déterminée, pour un nombre n_s quelconque, comme suit. En posant successivement : $n_s = 0$, $n_s = 1$ et $n_s = \infty$, la pression cherchée p' a respectivement les valeurs : $p' = p_0$ (car la présence d'un resurchauffeur fonctionnant à la pression p_0 laisse le rendement du cycle inchangé), $p' = p_{n_s=1}$ et, enfin, $p' = p_1$. Ces trois valeurs particulières permettent d'établir la relation générale entre p' et n_s :

$$p' = p_1 - \frac{p_1 - p_0}{1 + n_s \times \frac{p_{n_s=1} - p_0}{p_1 - p_{n_s=1}}}$$

Pour les mêmes valeurs du nombre n_s , la pression de fonctionnement optimum du dernier resurchauffeur $p^{(n_s)}$ est, respectivement : $p^{(n_s)} = p_1$, $p^{(n_s)} = p_{n_s=1}$ et $p^{(n_s)} = p'_{2opt}$. La formule d'interpolation reliant

entre elles les grandeurs $p^{(n_s)}$ et n_s et fondée sur ces trois résultats particuliers est :

$$p^{(n_s)} = p'_{2 \text{ opt.}} + \frac{p_1 - p'_{2 \text{ opt.}}}{1 + n_s \cdot \frac{p_1 - p_s}{p_{n=1} - p'_{2 \text{ opt.}}}} \quad (33)$$

Pour établir maintenant une expression générale donnant, en fonction du nombre n_s , la pression optimum correspondant à un resurchauffeur quelconque, convenons de définir la place de cet appareil par $(n_s - k)$, k étant un nombre entier pouvant varier de 0 à n_s . Il est évident que si $n_s = k$, nous pouvons poser $p^{(n_s - k)} = p_1$; de même, si $n_s = k + 1$, l'appareil envisagé occupe la première place dans une série de $(k + 1)$ resurchauffeurs, ce qui fixe sa pression optimum à :

$$\varphi(k) = p_1 - \frac{p_1 - p_0}{1 - (k + 1) \cdot \frac{p_{n=1} - p_0}{p_1 - p_{n=1}}}$$

Enfin, quelle que soit la valeur de k (pourvu que cette valeur reste finie), si $n_s = \infty$, $p^{(n_s - k)} = p'_{2 \text{ opt.}}$. L'ensemble de ces trois valeurs de la pression $p^{(n_s - k)}$ permet d'écrire :

$$p^{(n_s - k)} = p'_{2 \text{ opt.}} + \frac{p_1 - p'_{2 \text{ opt.}}}{1 + (n_s - k) \cdot \frac{p_1 - \varphi(k)}{\varphi(k) - p'_{2 \text{ opt.}}}} \quad (33)$$

Cette expression générale englobe celles relatives à p' et $p^{(n_s)}$, ces dernières expressions n'étant que des cas particuliers de (33).

En ce qui concerne la relation entre le rendement du cycle $\mathfrak{R}$ et le nombre de resurchauffeurs n_s , elle sera obtenue par la même méthode que dans le cas du cycle à réchauffage de l'eau condensée. Si, en plus des valeurs de $\mathfrak{R}$ relatives à $n_s = 0$ et $n_s = 1$, on connaît celle correspondant à $n_s = 2$, on déterminera pour chacune de ces deux dernières valeurs de n_s le gain $v_{n=1}$ et $v_{n=2}$ par rapport au cycle sans resurchauffe; il suffira

d'introduire ces deux résultats dans l'expression (28) et d'y remplacer le symbole n_r par n_s pour obtenir immédiatement la valeur du gain v réalisable au moyen d'un nombre quelconque de resurchauffeurs. Si, par contre, au lieu de la valeur de $\mathcal{R}$ correspondant à $n_s = 2$, on dispose de celle qui est réalisable au moyen d'une resurchauffe continue ($n_s = \infty$), on utilisera l'expression du gain relatif η (29), dans laquelle, de même que dans le cas précédent, on substituera le symbole n_s à n_r . Comme ces deux expressions ont été établies d'après des considérations purement formelles, elles sont valables indépendamment de la nature du problème étudié, et leurs applications numériques confirment entièrement cette conclusion.

CHAPITRE V

LE COEFFICIENT DE RÉCHAUFFAGE ET L'ÉNERGIE UTILISABLE

Nous avons vu que le fractionnement de la détente du fluide moteur, effectué au moyen d'une turbine multicellulaire, a pour effet d'augmenter la quantité d'énergie dégagée pendant la détente, le rapport de cette énergie à celle qui correspond à une transformation adiabatique formant le coefficient de réchauffage μ . Cet accroissement de l'énergie dégagée conduit non seulement à une augmentation du rendement thermique $\mathcal{R}$ du cycle réalisé, mais aussi, pour certains cycles particuliers, à une modification des conditions permettant d'assurer à ces cycles le rendement maximum ; ces conditions de réalisation du cycle thermique sont les valeurs des pressions ou des températures auxquelles doivent être effectués, soit les prélèvements, soit, au contraire, les apports d'énergie destinés à accroître la fraction utilisée de la quantité totale d'énergie dégagée par le combustible utilisé.

C'est ce double effet du phénomène de réchauffage que nous avons étudié dans le chapitre précédent, consacré à l'étude des cycles thermiques de la vapeur d'eau, compte tenu de l'influence exercée sur le cycle par la présence du coefficient μ . Mais, en plus de l'influence de ce coefficient sur le rendement du cycle et sur les conditions de sa réalisation, le phénomène de réchauffage en exerce encore une autre sur l'état de la vapeur à l'échappement de la turbine. Lorsqu'on se place au point de vue que nous avons adopté au chapitre précédent et qui consiste à ne considérer que la transformation d'énergie thermique en énergie mécanique effectuée dans la turbine, l'état de la vapeur à la sortie de cette machine ne présente qu'un intérêt secondaire ; cet état découle alors de l'ensemble des transformations subies par la vapeur

au cours de sa détente, transformations qui sont déterminées de manière à assurer au cycle un rendement aussi élevé que possible. En d'autres termes, l'état final de la vapeur résulte, dans ce cas, de certaines considérations qui ont pour effet de le fixer d'une manière bien déterminée, mais qui ne sont nullement influencées par lui, son intervention dans la réalisation du cycle se bornant à fournir une indication sur la valeur du rendement obtenu : la réduction de l'enthalpie finale de la vapeur n'est donc pas une fin en soi, mais un simple moyen d'accroître la fraction utilisée de la quantité d'énergie dégagée au cours de la détente.

Cette façon de considérer l'état final de la vapeur (ou, en général, du fluide moteur) comme un simple témoin dont les indications permettent d'évaluer rapidement le rendement du cycle réalisé, est parfaitement justifiée dans tous les cas où le rôle du fluide ne consiste qu'à servir d'intermédiaire entre la source d'énergie, qui est le combustible brûlé dans la chaudière, et l'arbre moteur, et où, ce rôle étant terminé, le fluide est définitivement rejeté dans la source froide. Il en est ainsi dans toutes les installations où la vapeur, après avoir fourni de l'énergie mécanique d'après l'un des cycles examinés au chapitre précédent, est envoyée dans un condenseur où son énergie restante est définitivement dégradée ; l'état final de la vapeur n'influence donc, dans ce cas (d'ailleurs, dans une très faible mesure), que le débit d'eau de circulation nécessaire pour l'obtention du vide prévu à l'échappement de la turbine. Il en est de même dans les cas où la vapeur détendue dans la machine motrice s'échappe directement dans l'atmosphère à la pression de celle-ci. Comme dans tous ces cas la vapeur détendue ne trouve plus aucune utilisation, il est évident que son état final ne peut pas faire partie des données qui influencent le choix du cycle thermique et de son mode de réalisation.

Mais à côté des cas que nous venons d'envisager, où la vapeur n'est utilisée que pour la production d'énergie mécanique dans la turbine considérée — et seulement dans cette turbine, — il en existe d'autres où la vapeur sortant de la turbine n'est pas rejetée directement à la source froide, mais, au contraire, trouve une nouvelle utilisation, soit comme fluide moteur, soit comme source d'énergie thermique.

Ainsi, à l'heure actuelle, de nombreuses centrales thermo-électriques utilisent les avantages des hautes pressions et des températures élevées sans remplacer leurs anciennes turbines, qui continuent de fonctionner avec des pressions modérées, mais en installant à l'amont de ces turbines de nouvelles unités, qui sont alimentées avec de la vapeur à pression élevée et qui, à leur tour, fournissent la vapeur partiellement détendue aux turbines existantes. Il est évident que, dans ce cas, l'état de la vapeur à la sortie de la turbine de tête cesse d'être indifférent, car c'est lui qui détermine la quantité d'énergie fournie à la turbine à basse pression et susceptible d'être utilisée au cours de sa détente ultérieure. De plus, dans de très nombreuses installations, la production de force motrice est combinée avec celle d'énergie thermique nécessaire au chauffage ou aux besoins de fabrication : la vapeur détendue dans la turbine se condense alors dans des échangeurs thermiques où elle cède, sous forme de chaleur, une grande partie de son énergie restante. Ici encore l'état de la vapeur détendue présente un certain intérêt, car il influence directement la quantité d'énergie cédée à l'échangeur et utilisée pour le chauffage.

Ces considérations montrent que, dans l'appréciation des transformations subies par la vapeur dans une turbine, il y a lieu de distinguer entre les installations où la vapeur n'est utilisée que pour la production d'énergie mécanique sur l'arbre de la turbine envisagée, et celles où la détente dans cette turbine n'est qu'une partie de l'ensemble des transformations au cours desquelles l'énergie disponible dans la vapeur est utilisée sous forme mécanique ou thermique, avant le rejet du fluide à la source froide. Dans le premier cas, le rendement du cycle est défini (ainsi que nous l'avons admis au chapitre précédent) par le rapport de la quantité d'énergie transformée en travail utile à celle dépensée pour la production de la vapeur (et, éventuellement, pour sa resurchauffe) ; dans le second, par contre, une appréciation rigoureuse du cycle thermique ne peut être obtenue qu'en faisant intervenir dans la définition de son rendement une certaine fonction de l'état final de la vapeur.

La définition du rendement d'un cycle thermique, ainsi que celle du rendement d'une turbine à vapeur,

varie donc suivant que les phénomènes thermodynamiques réalisés dans cette machine sont considérés isolément, ou bien en connexion avec l'ensemble des transformations subies par la vapeur depuis son admission dans la turbine jusqu'à sa sortie du dernier appareil utilisant son énergie sous forme mécanique ou thermique. Si l'installation ne comporte, en dehors (ou, plus exactement, à l'aval) de la turbine, aucun autre appareil servant à l'utilisation de l'énergie de la vapeur, les deux façons de considérer le cycle décrit coïncident entre elles, et la définition du rendement ne peut donner lieu à aucune équivoque : lorsqu'il s'agit du rendement $\mathcal{R}$ du cycle thermique, sa valeur est donnée, dans ce cas, par le rapport de la quantité d'énergie utilisée à celle qui est dépensée pour la production de la vapeur, ainsi que pour sa resurchauffe éventuelle ; de même, lorsqu'on considère, au lieu du rendement du cycle, celui de la turbine motrice (ρ), sa valeur est déterminée par le rapport de l'énergie utilisée dans la turbine réelle à celle qui serait transformée en travail utile dans une turbine parfaite réalisant une détente adiabatique réversible jusqu'à la même pression. Ce dernier rendement est donc défini par la relation :

$$\rho = \frac{q_u}{q_a},$$

relation qui est valable quel que soit l'état de la vapeur à l'échappement. En particulier, si la vapeur sort de la turbine à l'état de surchauffe, et que son énergie restante ne doive trouver aucune utilisation, le rendement de la turbine reste défini par le rapport

$\frac{q_u}{q_a}$ exactement comme dans le cas où la vapeur d'échap-

pement se trouve à l'état de saturation. Il est vrai que si la vapeur quitte la turbine à l'état de surchauffe, sa température est supérieure à celle de la source froide, de sorte que, même dans son état final, la vapeur contient encore une certaine quantité d'énergie utilisable ; mais comme cette énergie n'est pas destinée à être effectivement utilisée, il n'y a aucune raison pour en tenir compte dans l'évaluation du rendement de la machine.

Il n'en est pas de même dans tous les cas où la vapeur d'échappement de la turbine trouve réellement une

nouvelle utilisation dont le résultat dépend directement de l'état du fluide à la fin de la détente. Comme cette dernière opération ne présente, dans ce cas, qu'une partie de l'ensemble des transformations subies par la vapeur, le meilleur rendement propre de la turbine, tel qu'il a été défini ci-dessus, ne correspond pas nécessairement au meilleur rendement de l'ensemble ; il est donc parfaitement juste, dans ce cas, de modifier la définition du premier de ces rendements de manière à tenir compte, dans son évaluation, des répercussions que la façon de réaliser la détente dans la turbine peut avoir sur l'utilisation ultérieure de la vapeur.

Mais cette nouvelle façon d'envisager le rendement de la turbine ne conduit pas, comme on pourrait le croire à première vue, à une nouvelle définition générale du rendement, qui serait valable dans tous les cas où l'utilisation de la vapeur ne se borne pas à la production d'énergie mécanique dans la turbine considérée. En effet, si la nécessité d'établir une nouvelle définition du rendement résulte du fait que la vapeur sortant de la turbine trouve une nouvelle utilisation, il est évident que la définition cherchée doit tenir compte de la nature de cette utilisation et même, dans certains cas, de la façon dont elle est réalisée. Ainsi, lorsque la vapeur sortant de la turbine est destinée à poursuivre sa détente dans une autre machine motrice, l'influence de son enthalpie sur le travail fourni par cette machine est bien différente de celle que l'état de la vapeur exerce sur le résultat d'une opération utilisant l'énergie restante sous forme thermique ; et comme le rôle de l'état final de la vapeur n'est pas le même dans ces deux cas, son intervention dans la définition du rendement doit également être différente suivant que l'utilisation de la vapeur détendue est d'ordre thermodynamique ou calorifique. Même dans ce dernier cas, on doit distinguer entre le mode d'utilisation ne mettant en jeu que la chaleur latente de la vapeur (et, éventuellement, sa chaleur de surchauffe), et celui où à cette chaleur vient s'ajouter celle de l'eau liquide provenant de la condensation ; on voit facilement que dans le premier cas un accroissement de l'enthalpie de la vapeur d'échappement conduit à un gain relatif plus important que dans le second, la chaleur disponible dans l'eau étant indépendante (pour une pression donnée) de l'état de la vapeur qui lui a donné naissance.

Ces considérations montrent suffisamment combien il serait illusoire d'établir une formule universelle du rendement des turbines à vapeur, formule qui tiendrait compte à la fois de l'énergie utilisée au cours de la détente et de celle utilisable après cette opération. On peut, bien entendu, établir une telle formule pour un mode d'utilisation bien déterminé de la vapeur d'échappement ; mais alors on doit bien préciser que cette formule n'est pas valable, non seulement lorsque la vapeur détendue n'est plus utilisée, mais même lorsque son mode d'utilisation est différent de celui qui a servi de base à l'établissement de la formule. Le rendement d'une turbine à vapeur devrait donc avoir autant de définitions que l'utilisation de la vapeur d'échappement peut comporter de modalités différentes.

Parmi les différents cas d'utilisation de la vapeur se présentant dans l'industrie, le plus intéressant (et, d'ailleurs, le seul qui rentre dans le cadre de cette étude) est celui où l'énergie disponible dans la vapeur d'échappement trouve une utilisation d'ordre thermodynamique, c'est-à-dire où la vapeur partiellement détendue dans la turbine envisagée alimente une autre machine motrice fonctionnant en série avec la première. Pour établir la définition devant être donnée au rendement d'une telle turbine, examinons, tout d'abord, le fonctionnement d'une cellule quelconque de celle-ci ; en effet, les différentes cellules de la même turbine reçoivent successivement la même quantité de vapeur (en admettant, bien entendu, que la turbine soit munie d'une seule admission de vapeur et qu'elle ne comporte pas de soutirage), de sorte qu'elles se trouvent, entre elles, dans le même rapport que deux machines thermiques placées en série.

La détente de la vapeur dans une cellule de turbine réelle ne permet de transformer en travail qu'une partie de l'énergie dégagée au cours de cette opération. L'énergie non utilisée, exprimée par la différence $q_u - q_n$, se retrouve à la sortie à la cellule, en partie, sous forme thermique (et c'est là le réchauffage de la vapeur dû aux pertes), et en partie sous forme cinétique : en effet, la vapeur quittant l'aubage mobile est animée d'une certaine vitesse absolue V (mètres/seconde) et, par conséquent, d'une certaine énergie cinétique qui, exprimée en calories, a la valeur $\left(\frac{V}{91,5}\right)^2$

(par kilogramme de vapeur). Occupons-nous d'abord de cette dernière partie de l'énergie disponible dans la vapeur sortant de la cellule. On sait que cette partie peut être récupérée (au moins partiellement) dans la cellule suivante : il suffit pour cela que cette cellule soit suffisamment rapprochée de la première, qu'elle comporte sensiblement le même degré d'injection et que son distributeur ait un angle d'entrée adapté à la direction de la vitesse restante. Si ces conditions sont remplies, l'énergie cinétique disponible dans la vapeur à la sortie de la cellule considérée s'ajoute à celle qui se dégage au cours de la détente dans la cellule suivante et se transforme, par conséquent, en partie en travail utile. Bien que le travail ainsi produit ne soit développé que dans la cellule suivante, il est juste d'en tenir compte dans l'évaluation du rendement de la cellule donnée ; il suffit pour cela de ne faire rentrer, dans le bilan des pertes de cette cellule, que la fraction non récupérable de l'énergie cinétique restante, et non la totalité de cette énergie. L'accroissement de rendement qui en résulte pour la cellule exprime la création, en plus de l'énergie utile (c'est-à-dire du travail) q_u , d'une certaine quantité d'énergie utilisable, et il n'est justifié que pour autant que cette dernière énergie peut effectivement être utilisée. A ce point de vue, le rendement d'une cellule donnée n'est pas le même suivant que celle-ci est suivie ou non d'une autre cellule susceptible de transformer en travail une partie de l'énergie cinétique disponible dans la vapeur à la sortie de l'aubage mobile.

Ce raisonnement relatif à la récupération de l'énergie cinétique nous permettra de mieux éclaircir la façon dont doit être évalué le rendement d'une cellule en tenant compte du réchauffage de la vapeur à la sortie de celle-ci. Supposons, en effet, que les conditions nécessaires pour permettre la récupération de l'énergie cinétique restante ne soient pas réalisées, par exemple, que la cellule envisagée soit suivie d'une chambre destinée à faciliter un accroissement important du degré d'injection. Dans ce cas, la vitesse restante est détruite ou, tout au moins, fortement diminuée, et l'énergie correspondante se transforme en chaleur qui vient s'ajouter à celle qui est engendrée par les autres pertes ayant lieu dans la cellule (par frottements, chocs, remous, etc.). Mais ce réchauffage supplémentaire a pour effet un accroissement de la quantité

d'énergie fournie aux cellules suivantes, de sorte que, même en cas de destruction complète, la vitesse restante trouve encore une récupération ultérieure, quoique sous une autre forme et en une autre proportion qu'en cas de conservation. Malgré cette différence à la fois qualitative et quantitative entre les deux cas de récupération, il est évident que le réchauffage de la vapeur doit intervenir dans le bilan des pertes de la cellule de la même manière que la vitesse restante : dans les deux cas, le rendement de la cellule se trouve accru par suite de la possibilité de transformer en travail, dans la cellule suivante, une partie de l'énergie, cinétique ou thermique, non utilisée dans la cellule envisagée. Or, si le réchauffage dû à la destruction de la vitesse restante est susceptible d'augmenter le rendement de la cellule, il en est de même pour tous les autres réchauffages résultant des différentes pertes accompagnant la détente de la vapeur dans la même cellule ; si celle-ci n'est pas suivie immédiatement du fond d'échappement, mais d'une ou plusieurs autres cellules de détente, ses pertes d'énergie peuvent toujours être partiellement récupérées, et son rendement propre s'en trouve accru dans une certaine mesure.

On voit donc que le rendement d'une cellule donnée n'a pas la même valeur suivant qu'on considère comme effet utile seul le travail produit par la détente dans cette cellule, ou qu'on ajoute à l'énergie utile ainsi obtenue l'énergie utilisable dans les cellules suivantes. La même distinction s'applique également à une turbine mono ou multicellulaire, dont la vapeur d'échappement est admise dans une autre turbine motrice d'où elle s'échappe, par exemple, dans un condenseur. La première de ces turbines peut être considérée uniquement comme une source d'énergie mécanique et, dans ce cas, son rendement $\rho = \mu\rho'$ est défini par le rapport de cette énergie à celle qui serait fournie par une turbine parfaite. Mais cette production d'énergie mécanique peut aussi n'être considérée que comme une partie de l'ensemble des transformations subies par la vapeur ; comme l'imperfection de cette turbine a pour effet d'accroître la quantité d'énergie utilisable à la sortie, c'est la somme de cet accroissement et du travail fourni par la turbine même qui doit former le numérateur de la fraction exprimant le rendement de cette machine.

Nous arrivons ainsi à une question très importante

au point de vue de la définition du rendement des turbines à vapeur : comment doit-on évaluer l'accroissement d'énergie utilisable dû aux pertes accompagnant la détente dans la turbine ? Les considérations précédentes nous permettront de répondre aisément à cette question controversée. Nous avons souligné, à plusieurs reprises, que l'énergie utilisable à la sortie de la turbine ne doit être prise en considération que lorsqu'elle est effectivement destinée à être utilisée ; nous avons signalé également que l'influence de l'accroissement d'énergie utilisable sur la valeur du rendement dépend du mode de cette utilisation et que, par exemple, cette influence n'est pas la même lorsque l'énergie restante est utilisée sous forme thermique qu'au cas où la vapeur d'échappement poursuit sa détente dans une autre machine motrice. Nous pouvons maintenant aller plus loin : supposons que cette deuxième machine fonctionne avec un rendement très bas, de sorte que le travail utile qu'elle développe soit très faible en comparaison avec celui qui est fourni par la turbine considérée ; peut-on, dans ce cas, tenir compte de l'accroissement d'énergie utilisable dans la même mesure que lorsque, par suite de son rendement élevé, la deuxième machine fournit un travail comparable à celui de la turbine de tête ? Bien entendu, non. Car si dans l'évaluation du rendement de la turbine, nous devons tenir compte du mode d'utilisation de l'énergie restante, cette évaluation ne sera rigoureuse que si nous faisons intervenir dans l'expression du rendement *l'efficacité* de l'utilisation de l'énergie disponible, cette efficacité étant définie par le rendement de la machine motrice fonctionnant en série avec la turbine envisagée. Par conséquent, lorsque la vapeur sortant de cette turbine est destinée à une utilisation thermodynamique, ce n'est pas l'accroissement total de la quantité d'énergie utilisable qui intervient dans l'expression du rendement de la turbine, mais la fraction de cet accroissement qui est effectivement utilisée dans la deuxième machine motrice.

On sait que la variation de l'énergie utilisable s'exprime, conformément au théorème de Gouy, par :

$$\Delta(U + pv - T_2S) = \Delta(\lambda - T_2S)$$

où U est l'énergie interne de la vapeur, p et v sa pression et son volume spécifique, λ son enthalpie, S son

entropie et, enfin, T_2 la température absolue de la source froide. Les considérations précédentes montrent immédiatement que, dans le cas d'une utilisation thermodynamique multiple de la vapeur d'eau, le terme supplémentaire intervenant dans l'expression du rendement ρ_1 de la première machine sera donné par le produit $\rho_2 \times \Delta (\lambda - T_2 S)$, ρ_2 étant le rendement propre de la deuxième machine (ou, plus généralement, de l'ensemble des machines) recevant la vapeur d'échappement de la première.

Mais même multipliée par le rendement ρ_2 , l'expression de l'énergie utilisable $\Delta (\lambda - T_2 S)$ ne doit être appliquée, dans le cas qui nous occupe, qu'avec une certaine restriction. En effet, cette expression est fondée sur l'hypothèse de l'existence d'une source froide se trouvant à une température uniforme T_2 , et elle n'est valable que pour autant que la température inférieure du cycle thermodynamique considéré est celle de la source froide. Or, en réalité, il n'en est pas toujours ainsi, et même lorsque la turbine est desservie par un condenseur (la pression finale de la vapeur étant, par conséquent, très réduite), la température de la vapeur d'échappement peut être supérieure à T_2 : il suffit pour cela que la vapeur quitte la turbine à l'état de surchauffe, tout en étant à la pression du condenseur p_2 ; nous avons d'ailleurs vu que, dans le cas du cycle à resurchauffe, ce mode de fonctionnement peut même être particulièrement avantageux. Il est évident que, dans ces conditions, la vapeur d'échappement contient encore une certaine quantité d'énergie utilisable, son refroidissement jusqu'à la température T_2 étant susceptible de produire un certain travail utile, et le théorème de Gouy admet précisément la production effective de ce travail, c'est-à-dire l'utilisation intégrale de l'énergie de la vapeur jusqu'au rejet final du fluide à la température T_2 . Lorsque cette condition est satisfaite, l'accroissement d'énergie utilisable est bien donné par le produit $\rho_2 \times \Delta (\lambda - T_2 S)$, le rendement ρ_2 englobant l'ensemble des transformations subies par la vapeur d'échappement, y compris la dernière opération, qui a pour effet d'abaisser sa température à T_2 . Mais lorsque, par contre, cette dernière opération n'a pas lieu (comme c'est le cas dans l'immense majorité des applications pratiques), l'expression précédente cesse de représenter l'accroissement réel d'énergie utilisable, car de la quantité d'énergie ainsi exprimée

on doit retrancher celle qui est perdue par suite de la dégradation thermostatique entre la température de la vapeur et celle de la source froide. L'emploi de cette expression n'est donc justifié que si, à la fin de toutes les transformations thermodynamiques (et seulement thermodynamiques) subies par la vapeur, sa température n'est pas supérieure à celle de la source froide T_2 . Or, on peut donner à l'accroissement d'énergie utilisable une autre forme, qui présente le double avantage d'être valable indépendamment de la valeur de la température finale de la vapeur et de permettre une détermination rapide de la grandeur considérée, à l'aide du diagramme de Mollier. Pour établir cette expression, qui est d'ailleurs extrêmement simple, il suffit d'examiner la représentation d'une multiple détente de la vapeur dans le diagramme λ S (fig. 14). Supposons que la turbine de tête fonctionne entre les pressions p_1 et p , sa détente adiabatique étant représentée par la droite AB; la détente réelle, aboutissant à la même isobare p , est figurée par AC, le point C se trouvant à une température supérieure à celle du point B. A la sortie de la turbine, la vapeur poursuit sa détente jusqu'à la pression finale p_2 ; l'énergie dégagée au cours de cette détente est représentée par $\overline{CE}$ et l'énergie utilisée par $\overline{CG} = \rho_2 \overline{CE}$, tandis que si la turbine de tête avait un rendement propre égal à l'unité, ces deux énergies seraient figurées respectivement par les longueurs $\overline{BD}$ et $\overline{BF'} = \rho_2 \overline{BD}$. Le réchauffage de la vapeur dans la turbine de tête a donc pour effet de porter l'énergie réellement utilisée dans la deuxième machine de $\rho_2 q_2$ à $\rho_2 q'_2$, q_2 et q'_2 désignant respectivement les quantités d'énergie représentées dans le diagramme par $\overline{BD}$ et $\overline{CE}$; par conséquent, l'accroissement d'énergie réellement utilisable à la sortie de la turbine s'exprime par le produit $\rho_2(q'_2 - q_2)$.

On peut vérifier facilement que dans le cas d'une détente aboutissant dans la zone de la vapeur saturée (ainsi que nous l'avons admis dans le tracé de la figure 14), le produit $\rho_2(q'_2 - q_2)$ donne des résultats identiques à ceux qu'on obtient en utilisant l'expression $\rho_2 \Delta (\lambda - T_2 S)$; mais cette dernière expression n'est valable que pour autant que le point final de la courbe de détente (point G) se trouve au-dessous de la limite de saturation, tandis que la première a une portée

générale et peut être appliquée quel que soit l'état de la vapeur au point final, — sauf dans le cas purement hypothétique où la vapeur sortant à la pression p_2 et à une température supérieure à celle de la source

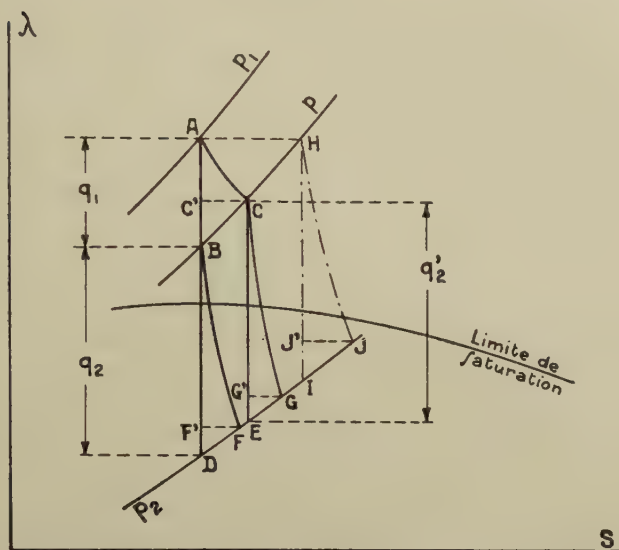


Fig. 44.

Détermination du rendement d'une turbine de tête.

froide, sa surchauffe restante serait utilisée pour une nouvelle production de travail utile.

Ce résultat nous permettra immédiatement d'établir l'expression du rendement ρ de la turbine de tête fonctionnant entre les pressions p_1 et p . En désignant l'énergie dégagée par la détente dans cette turbine par q_1 et son rendement propre par ρ_1 ($\rho_1 = \mu\rho'$), le travail utile fourni par cette machine s'exprime par le produit $\rho_1 q_1$ ($\overline{AC'} = \rho_1 \overline{AB}$, fig. 14). D'autre part, les pertes d'énergie dans la turbine de tête, qui ont pour effet de déplacer le point final de la détente de B en C, augmentent l'énergie utile, fournie par la détente ultérieure de p à p_2 , de $\rho_2(q_2' - q_2)$ calories par kilogramme de vapeur. Par conséquent, l'énergie utile totale déve-

loppée par la turbine de tête est donnée par la somme $\rho_1 q_1 + \rho_2 (q'_2 - q_2) = \rho_1 q_1 + \rho_2 \Delta q_2$; comme une turbine parfaite, réalisant une détente adiabatique et réversible suivant la droite AB, fournit, par kilogramme de vapeur, q_1 calories utiles, le rendement cherché ρ est donné par la relation :

$$\rho = \frac{\rho_1 q_1 + \rho_2 \Delta q_2}{q_1} = \rho_1 + \rho_2 \frac{\Delta q_2}{q_1}.$$

Dans ce qui précède, nous avons admis, pour simplifier le raisonnement, que le rendement ρ_2 de la machine d'aval était constant et indépendant de q_2 ; comme, en réalité, le rendement d'une machine thermique peut varier avec la quantité d'énergie dégagée par la détente, nous obtiendrons pour le rendement ρ une expression plus générale en remplaçant le produit $\rho_2 \Delta q_2$ par $\Delta \rho_2 q_2$; nous aurons ainsi :

$$\rho = \rho_1 + \frac{\Delta \rho_2 q_2}{q_1}. \quad (34)$$

Cette expression générale, que nous croyons avoir établie pour la première fois, tient compte de toutes les données susceptibles d'influencer la valeur du rendement ρ d'une turbine à vapeur. Elle montre, en particulier, que si la vapeur sortant de cette turbine ne subit pas une nouvelle détente (échappement au condenseur ou à l'atmosphère ambiante à la pression de celle-ci, donc $q'_2 = q_2 = 0$), ou bien si cette détente est réalisée sans production de travail utile (échappement à une pression p supérieure à celle de l'atmosphère dans une soupape de sûreté, donc $\rho_2 = 0$), le rendement ρ se confond avec le rendement propre de la machine :

$$\rho = \rho_1 = \mu \rho'.$$

Mais, d'un autre côté, l'expression (34) montre également que si la vapeur d'échappement se trouvant à la pression p est utilisée dans une autre machine thermique où elle se détend de p à p_2 , le rendement ρ est supérieur à zéro, même si le rendement propre de la turbine de tête ρ_1 est nul. La transformation

thermodynamique ayant lieu dans cette turbine se produit alors à enthalpie constante et est, par conséquent, assimilable au laminage de vapeur; il en résulte que l'opération de laminage, qui en elle-même ne produit aucun travail utile, peut néanmoins avoir un rendement ρ supérieur à zéro — à condition que cette opération soit suivie d'une détente de la vapeur dans une machine motrice, qui, elle, fournit d'autant plus de travail que l'enthalpie de la vapeur disponible à la pression p est plus élevée. Le rendement d'une telle transformation s'obtient donc en posant dans l'expression (34) $\rho_1 = 0$:

$$\rho = \frac{\Delta \varphi_2 q_2}{q_1}.$$

Dans le diagramme de Mollier (fig. 14), le laminage de la vapeur entre les pressions p_1 et p est représenté par la droite AH parallèle à l'axe des abscisses; l'énergie dégagée pendant cette opération est donc nulle. D'autre part, si cette détente était effectuée dans une turbine parfaite, elle fournirait la quantité d'énergie représentée par AB, de sorte que le rendement propre du laminage ρ_1 est bien nul :

$$\rho_1 = \frac{0}{AB} = 0.$$

Mais tandis qu'à la sortie de la turbine parfaite, la détente de la vapeur entre les pressions p et p_2 ne fournit que l'énergie utile $\rho_2 q_2$, représentée par la longueur $\overline{BF'}$, la vapeur laminée produit par sa détente ultérieure un travail équivalent à $\rho'_2 q'_2$ et représenté par $\overline{HJ'} > \overline{BF'}$. La variation de l'énergie utilisée entre les pressions p et p_2 est donc positive, et il en est, par conséquent, de même pour le rendement ρ de la transformation considérée. En utilisant le diagramme de la figure 14, ce rendement peut être exprimé par le rapport :

$$\rho = \frac{\overline{HJ'} - \overline{BF'}}{AB}.$$

Ajoutons qu'à notre connaissance, aucune autre

expression proposée pour définir le rendement des turbines à vapeur ne conduit à attribuer à l'opération de laminage un rendement supérieur à 0 ; nous avons montré, cependant, que le rendement de cette opération peut bien être positif lorsque la définition de cette grandeur satisfait à la fois aux conditions de généralité et de conformité à la nature réelle des phénomènes thermodynamiques, c'est-à-dire lorsque cette définition tient compte, d'une part, de la totalité des transformations subies par le fluide moteur et, d'autre part, de la façon dont ces transformations sont effectivement réalisées. Ainsi que nous l'avons vu, dans cette définition le réchauffage du fluide moteur intervient doublement, car il augmente le rendement propre de la turbine $\rho_1 = \mu\rho'$, en même temps qu'il crée un accroissement $\Delta\rho_2q_2$ de la quantité d'énergie utilisée à l'aval de cette machine ; c'est ce double rôle du phénomène de réchauffage qui explique la différence entre le rendement d'étage ρ' et le rendement énergétique ρ défini par l'expression (34).

CHAPITRE VI

LA COMPRESSION POLYTROPIQUE

D'UN GAZ PARFAIT

De même que nous l'avons fait dans l'étude de la détente polytropique d'un gaz, nous prendrons pour base de nos raisonnements relatifs à la compression un kilogramme de fluide se trouvant initialement à la pression p_1 et à la température absolue T_1 et devant être comprimé jusqu'à la pression finale p_2 . Le rapport de la pression finale p_2 à la pression initiale p_1 sera désigné, comme précédemment, par le symbole m ; tandis que

dans la première partie de notre étude $m = \frac{p_2}{p_1}$ était le

rapport de détente, ici, par contre, cette grandeur représente le rapport de compression. Enfin, l'élévation de pression du fluide sera réalisée au moyen d'un compresseur comportant n cellules fonctionnant en série et ayant toutes le même rendement individuel ρ' que nous appelons « rendement d'étage ». Nous supposerons, pour commencer, que les pertes d'énergie produites dans la cellule soient localisées dans la section de sortie de celle-ci; nous examinerons ensuite les conséquences qui découlent de la non-conformité de la compression réelle à cette hypothèse simplificatrice.

Représentons dans le diagramme entropique T/S (fig. 15) la compression d'un kilogramme de gaz parfait dans une turbo-machine monocellulaire. L'état initial du fluide soumis à la compression est figuré par le point A situé sur l'isobare p_1 et sur l'isotherme T_1 ; les coordonnées de ce point, dans le système d'axes T/S, sont T_1 et S_1 . La droite AB représente la compression adiabatique du gaz, le point B étant défini par les grandeurs S_1 et p_2 ; l'or-

donnée T_2 de ce point résulte de la relation bien connue :

$$T_2 = T_1 m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

de sorte que l'énergie q_a absorbée par cette transformation s'exprime par :

$$q_a = C(T_2 - T_1) = CT_1(m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1).$$

Dans le diagramme de la figure 13, cette quantité d'énergie est représentée par la surface D'DBA'.

Examinons maintenant la compression réelle du même gaz en admettant toujours que cette opération soit effectuée au moyen d'une machine monocellulaire. Comme parmi les pertes accompagnant la compression dans une machine réelle nous ne tenons compte que des pertes internes, toute l'énergie q (en cal/kg) absorbé par cette machine est incorporée au gaz et contribue à son échauffement; la totalité de cette énergie est donc susceptible d'être représentée dans le diagramme entropique. D'autre part, le compresseur utilisé étant monocellulaire, son rendement total ρ se confond avec le rendement d'étage ρ' , de sorte que nous pouvons écrire :

$$q = \frac{q_a}{\rho} = \frac{C(T_2 - T_1)}{\rho'} = \frac{CT_1}{\rho'} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1).$$

Dans le diagramme entropique, l'énergie dépensée q est représentée par la surface D'DCC', le point C de l'isobarre p_2 étant choisi de manière à satisfaire à la condition :

$$D'DCC' = \frac{1}{\rho'} D'DBA'.$$

En désignant l'ordonnée du point C par T_2' , l'énergie dépensée peut s'écrire également :

$$q = C(T_2' - T_1) = \frac{C}{\rho'} (T_2 - T_1),$$

Les pertes d'énergie accompagnant la compression s'expriment donc par :

$$q - q_a = C(T_2' - T_2) = \frac{1 - \rho'}{\rho'} C(T_2 - T_1),$$

et leur représentative dans le diagramme T/S est la surface $A'BCC' = D'DCC' - D'DBA'$.

Ce rappel des quelques relations fondamentales se

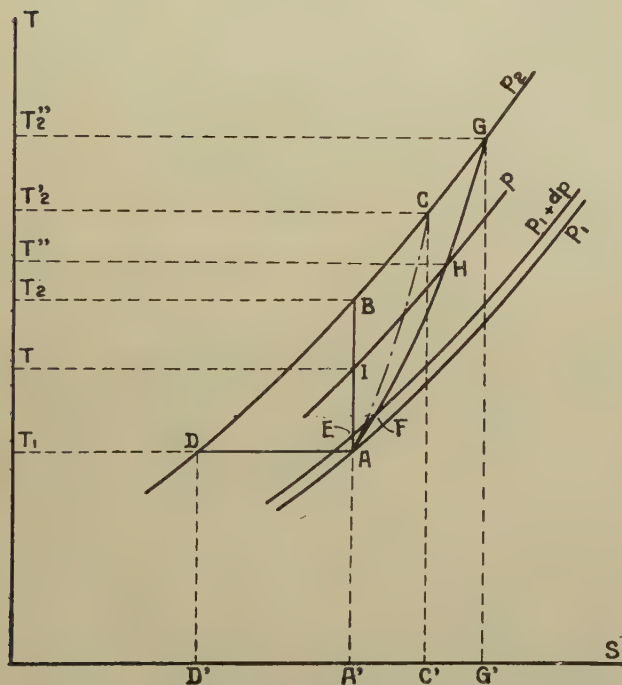


Fig. 45.

Compression d'un gaz parfait dans une turbo-machine monocellulaire ou à nombre infini de cellules.

rapportant à la compression des gaz parfaits était nécessaire pour nous permettre de faire ressortir clairement la façon dont cette transformation est effectuée dans

une machine monocellulaire, compte tenu de notre hypothèse relative à la localisation des pertes d'énergie à la sortie de la cellule. Cette hypothèse revient à admettre que la compression du gaz suit la ligne brisée ABC (dont la portion BC est curviligne), c'est-à-dire que l'élévation de température dans la machine réelle suit la même loi que dans une machine idéale réalisant une compression adiabatique et réversible AB. En d'autres termes, nous admettons que les pertes d'énergie dans la machine réelle, tout en conduisant à un accroissement d'entropie du gaz comprimé, n'affectent pas sa température (ni, par conséquent, son poids spécifique) au cours de la compression même, cet accroissement d'entropie n'ayant lieu que lorsque la pression finale p_2 est déjà atteinte. On voit aisément que cette hypothèse est équivalente à celle que nous avons adoptée dans l'étude de la détente d'un gaz parfait dans une turbine monocellulaire (fig. 1), de sorte que nous pourrions appliquer ici la même méthode de calcul que dans l'étude précédente.

Sans nous arrêter sur le cas d'un compresseur comportant un nombre de cellules fini et supérieur à 1, nous passerons directement à l'étude d'une compression divisée en un nombre infini de phases, chaque cellule élémentaire du compresseur ayant le même rendement individuel ρ' ; nous admettrons que ce rendement soit égal à celui que nous avons attribué précédemment au compresseur monocellulaire. Dans ces conditions, la première tranche de la compression de p_1 à $p_1 + dp$, réalisée par la première cellule du compresseur à nombre d'étages infini, absorbera la même quantité d'énergie que la tranche correspondante de la transformation ABC réalisée par le compresseur monocellulaire. Mais tandis que dans ce dernier cas, le gaz n'a reçu que la quantité d'énergie nécessaire à la compression isentropique, de sorte que son échauffement dT est celui qui est mesuré le long de la droite AB entre les isobares p_1 et $p_1 + dp$, dans le cas d'un nombre infini d'étages de compression, l'échauffement

à la sortie de la première cellule est exprimé par $\frac{dT}{\rho'}$,

et le point figuratif de l'état du gaz à la pression $p_1 + dp$ se déplace de E en F. Il en résulte qu'à partir de la deuxième cellule, la machine à compression fractionnée à l'infini absorbera plus d'énergie que le compresseur

monocellulaire, l'écart entre les deux quantités d'énergie absorbée étant d'autant plus important que le rapport de compression m est plus élevé. On constate ainsi que dans le cas d'un nombre infini de cellules, la compression du gaz peut être représentée par une courbe continue telle que AG, et comme le réchauffage supplémentaire du gaz, dû au fractionnement de la compression, conduit à un accroissement de l'énergie absorbée, le point final de cette courbe G se trouve au-dessus du point C. La courbe AG représente dans le diagramme T/S la compression polytropique du gaz entre les pressions p_1 et p_2 .

Considérons une portion élémentaire de la courbe AG, correspondant à un échauffement dT mesuré le long de l'adiabatique AB; l'échauffement réel du gaz est donc $\frac{dT}{\varphi'}$. La compression produisant cet échauffement absorbe la quantité d'énergie :

$$dq = \frac{CdT}{\varphi'}$$

dont seule la fraction $\varphi'dq = CdT$ serait nécessaire pour réaliser la même compression dans une cellule fonctionnant sans pertes. Le complément d'énergie absorbée produit un accroissement d'entropie dS qui est défini par la relation :

$$TdS = (1 - \varphi')dq = \frac{1 - \varphi'}{\varphi'} CdT,$$

$$\text{d'où :} \quad dS = \frac{1 - \varphi'}{\varphi'} C \frac{dT}{T}.$$

En un point quelconque de la courbe AG l'entropie du gaz S sera donc :

$$S = S_1 + \frac{1 - \varphi'}{\varphi'} C \ln \frac{T}{T_1},$$

où S_1 est l'entropie initiale (au point A) et T est la température lue à l'intersection de l'isobare considérée avec l'adiabatique AB.

En particulier, au point final de la compression G, l'entropie S_2 s'exprime par :

$$S_2 = S_1 + \frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Mais la même entropie finale S_2 peut aussi être exprimée en fonction de S_1 par une autre relation qu'on obtient facilement en considérant la variation d'entropie le long de l'isobare p_2 , entre les points B et G :

$$S_2 = S_1 + C \ln \frac{T_2''}{T_2},$$

T_2'' étant la température du gaz au point G.

Ces deux relations permettent d'écrire :

$$\frac{1 - \rho'}{\rho'} C \ln \frac{T_2}{T_1} = C \ln \frac{T_2''}{T_2}$$

ou
$$\ln T_2 = (1 - \rho') \ln T_1 + \rho' \ln T_2''.$$

Il en résulte que les températures T_1 , T_2 et T_2'' sont liées entre elles par la relation :

$$T_2'' = T_1^{1 - \frac{1}{\rho'}} \times T_2^{\frac{1}{\rho'}}, \quad (35)$$

qui est l'homologue de la relation (9) établie pour la détente d'un gaz parfait dans une turbine à nombre infini de cellules.

Bien entendu, la relation (35) est valable non seulement pour la pression finale p_2 , mais aussi pour toute pression intermédiaire p où les températures relevées le long de l'adiabatique AB et de la polytropique AG sont respectivement T et T'' :

$$T'' = T_1^{1 - \frac{1}{\rho'}} \times T^{\frac{1}{\rho'}},$$

et comme, d'autre part, la température T est définie par :

$$T = T_1 \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}},$$

on a :

$$\begin{aligned} T'' &= T_1^{1-\frac{1}{\rho'}} \times T_1^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} \times \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ &= T_1 \times \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}}. \end{aligned}$$

La température finale T_2'' s'obtiendra en remplaçant dans cette relation $\frac{p}{p_1}$ par le rapport de compression

$$m = \frac{p_2}{p_1} :$$

$$T_2'' = T_1 m^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (36)$$

Ce résultat peut s'exprimer comme suit : pour établir la loi de la compression polytropique d'un gaz parfait, il suffit de diviser l'exposant $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ figurant dans la loi de la compression adiabatique, par le rendement d'étage ρ' . Rappelons que dans le cas de la détente polytropique d'un gaz, l'exposant $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ doit être *multiplié* par le rendement d'étage ρ' ; dans les deux cas, la quantité d'énergie dégagée (dans le cas d'une détente), ou absorbée (dans celui d'une compression) varie en sens inverse du rendement ρ' . On peut vérifier que dans le système p/v l'équation de la polytropique s'écrit :

$$pv^{\frac{\gamma\rho'}{1-(1-\rho')\gamma}} = C^{te}.$$

Il est facile de voir que si le fractionnement de la compression conduit à un accroissement de la quantité d'énergie absorbée, celle-ci atteint sa valeur maximum précisément dans le cas d'une compression polytropique où le fractionnement est poussé à l'infini ($n = \infty$). Cette énergie maximum est donc celle qui est représentée dans la figure 13 par la surface du trapèze D'DGG',

dont le côté DG est curviligne, et son expression est :

$$q_{\max} = CT_1(m^{\frac{1}{\varphi} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1). \quad (37)$$

Par conséquent, le passage d'un seul étage de compression ($n = 1$) à un nombre d'étages infini ($n = \infty$) augmente la quantité d'énergie absorbée de :

$$\begin{aligned} CT_1(m^{\frac{1}{\varphi} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) - \frac{CT_1}{\varphi} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) \\ = CT_1 [m^{\frac{1}{\varphi} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 - \frac{1}{\varphi} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)], \end{aligned}$$

et c'est ce supplément d'énergie dépensée qui est représenté dans le diagramme entropique par la surface C'GG'. Comme ce supplément est dû au réchauffage engendré par le fractionnement de la compression, le rapport des surfaces D'DGG' et D'DCC' définit le coefficient de réchauffage maximum dont l'expression est :

$$\mu_{\max} = \frac{\varphi' (m^{\frac{1}{\varphi} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}. \quad (38)$$

Mais, tandis que dans le cas d'une turbo-machine motrice, le maximum du coefficient de réchauffage correspond aussi au maximum du rendement de la machine, c'est la relation inverse qui a lieu dans le cas d'une machine réceptrice : ici le rendement φ est d'autant plus bas que le coefficient μ est plus élevé, de sorte que pour un rapport m et un rendement φ' donnés, le rendement total φ atteint son minimum lorsque la compression suit la polytropique AG. La valeur de $\varphi_{\min}$ peut être déterminée soit par le rapport des aires D'DBA' et D'DGG', soit par la relation :

$$\varphi_{\min} = \frac{T_2 - T_1}{T_2' - T_1} = \frac{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{m^{\frac{1}{\varphi'} \times \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}. \quad (39)$$

En comparant entre elles les expressions (38) et (39), on obtient la relation suivante entre $\mu_{\max}$, $\rho_{\min}$ et ρ' :

$$\mu_{\max} = \frac{\rho'}{\rho_{\min}}. \quad (40)$$

Une relation analogue à (40) peut être établie également pour un nombre fini d'étages de compression; quel que soit ce nombre, le rendement de la machine ρ est toujours donné par l'expression :

$$\rho = \frac{\rho'}{\mu} \quad (40')$$

qui montre clairement que le réchauffage supplémentaire dû à la multiplication des phases de compression a pour effet d'accroître les pertes d'énergie de la machine, tandis que le fractionnement d'une détente entraîne, par contre, une atténuation des pertes accompagnant la transformation. On peut vérifier, à l'aide de l'expression (38), que la perte supplémentaire engendrée par le fractionnement de la compression varie dans le même sens que le rapport m ; de plus, on voit facilement que $\mu_{\max} = 1$ aussi bien pour $m = 1$ que pour $\rho' = 1$. D'autre part, lorsque le rendement d'étage ρ' diminue, le coefficient $\mu_{\max}$ ne tend pas vers une valeur finie, ainsi que nous l'avons constaté dans le cas d'une détente polytropique, mais augmente indéfiniment. En effet, la figure 15 montre immédiatement que la compression polytropique ne peut être réalisée que pour autant que la courbe AG coupe l'isobare p_2 à droite du point B; cette intersection des deux courbes ne peut avoir lieu que si au point initial A, la dérivée de la courbe polytropique est supérieure à celle de l'isobare p_1 , de sorte que la limite de la possibilité de réalisation d'une telle compression est définie par l'égalité des deux dérivées. Or, l'équation d'une isobare dans le système T/S est :

$$S = S_1 + C \ln \frac{T}{T_1},$$

d'où :

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T}{C},$$

tandis que l'équation de la polytropique, que nous avons établie précédemment, est :

$$S = S_1 + \frac{1 - \varphi'}{\varphi'} C \ln \frac{T}{T_1}$$

où la température T est relevée le long de l'adiabatique AB, à l'intersection de celle-ci avec l'isobare envisagée. Comme la température T'' , lue sur la courbe AG, est reliée à T par l'expression :

$$T'' = T_1^{\frac{1-\varphi'}{\varphi'}} \times T^{\frac{1}{\varphi'}},$$

l'équation cherchée de la polytropique est :

$$S = S_1 + (1 - \varphi') C \ln \frac{T''}{T_1} \quad (41)$$

et celle de sa dérivée :

$$\frac{dT''}{dS} = \frac{T''}{(1 - \varphi')C}.$$

En particulier, au point initial A où $T'' = T = T_1$, la dérivée de la polytropique a la valeur :

$$\frac{dT''}{dS} = \frac{T_1}{(1 - \varphi')C},$$

tandis que celle de l'isobare p_1 est, au même point :

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T_1}{C}.$$

L'égalité des deux dérivées est donc atteinte lorsque le rendement d'étagé $\varphi' = 0$; dans ce cas, pour une valeur finie de m , la polytropique ne peut pas couper l'isobare p_2 , et le coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$ devient, par conséquent, infini. L'expression de $\frac{dT''}{dS}$ montre également que lorsque φ' tend vers l'unité, la dérivée de la

polytropique augmente indéfiniment : à la limite, lorsque $\gamma' = 1$, $\frac{dT''}{ds} = \infty$, et la compression suit l'adiabatique AB, ainsi que c'était à prévoir.

Cette analyse de la relation (38) nous permettra facilement d'établir un diagramme (fig. 16) donnant la valeur de $\mu_{\max}$ en fonction de m et de γ' , pour le cas des gaz diatomiques qui présente le plus d'intérêt au point de vue des applications pratiques. Comme, dans ce cas,

$\frac{\gamma-1}{\gamma} = 0,29$, l'expression de $\mu_{\max}$ devient :

$$\mu_{\max} = \frac{\gamma'(m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}{m^{0,29} - 1}, \quad (38')$$

avec $\mu_{\max} = 1$ pour $m = 1$ ou $\gamma' = 1$,

et $\mu_{\max} = \infty$ pour $m = \infty$ ou $\gamma' = 0$.

Ainsi que le montre la figure 16, pour une valeur donnée de m , le coefficient $\mu_{\max}$ augmente très rapidement lorsque le rendement γ' diminue. L'influence du rendement d'étage sur le coefficient de réchauffage est donc beaucoup plus sensible dans le cas d'une compression que dans celui d'une détente polytropique ; ainsi, dans le premier cas, pour $m = 20$, le coefficient $\mu_{\max}$ passe de 1,440 à 4,690 lorsque γ' passe de 0,6 à 0,5 (fig. 16), tandis que dans le second, pour le même rapport des pressions extrêmes ($m = \frac{p_2}{p_1} = 0,65$) et les mêmes valeurs de γ' , $\mu_{\max}$ est respectivement de 1,465 et 1,212. Cette différence s'explique d'ailleurs aisément, car dans le cas d'une compression polytropique, $\mu_{\max}$ tend vers l'infini lorsque γ' tend vers zéro, tandis que dans le cas d'une détente, $\mu_{\max}$ a une limite supérieure définie par :

$$\mu_{\max} = \frac{-\ln m}{\frac{1}{0,29} (1 - m^{0,29})}.$$

La valeur de $\mu_{\max}$ étant ainsi déterminée, il est facile

d'en déduire le coefficient de réchauffage μ correspondant à un nombre fini (n) d'étages de compression. Ce coefficient résultera immédiatement de la relation (14) que nous avons déjà utilisée dans l'étude de la détente d'un gaz parfait et de la vapeur d'eau et qui, étant d'ori-

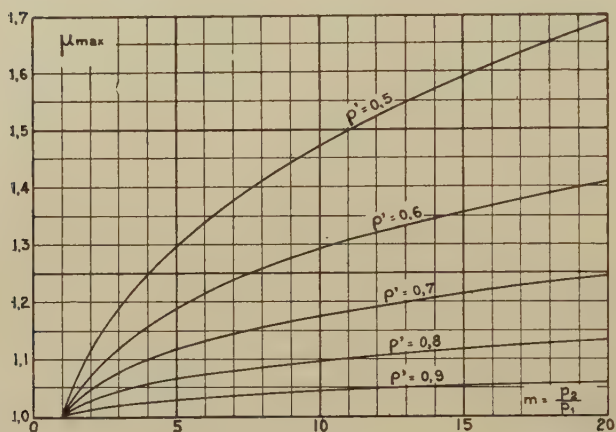


Fig. 16.
Coefficient de réchauffage maximum
pour la compression d'un gaz parfait diatomique.

gine purement formelle, est applicable également à l'étude de la compression des mêmes fluides :

$$\mu = \frac{n\mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1}.$$

De même, le coefficient de réchauffage relatif ν que nous avons défini dans la première partie de ce travail sera donné, comme précédemment, par la relation (15) :

$$\nu = \frac{n - 1}{\mu_{\max} + n - 1}.$$

Comme la quantité d'énergie $\Sigma_1^n q$ absorbée par l'ensemble des n cellules du compresseur peut s'obtenir en multipliant l'énergie maximum, donnée par la rela-

tion (37), par le coefficient de réchauffage μ , l'expression de cette énergie sera :

$$\Sigma_1^a q = \frac{n\mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1} \text{CT}_1 \left(m^{\frac{1}{\mu_{\max} + n - 1}} - 1 \right). \quad (42)$$

Enfin, le rendement φ d'une compression ainsi fractionnée s'obtiendra en remplaçant dans (40') le coefficient μ par sa valeur tirée de (14) :

$$\varphi = \frac{\mu_{\max} + n - 1}{n\mu_{\max}} \varphi',$$

et il est évident que la valeur de φ ainsi trouvée est identique à celle qu'on obtiendrait en divisant l'énergie théoriquement nécessaire q^a par l'énergie réellement absorbée $\Sigma_1^a q$.

Nous avons ainsi déterminé les différentes grandeurs relatives à la compression polytropique du gaz, compression qui est représentée par la courbe AG de la figure 15 dont l'équation est :

$$S = S_1 + (1 - \varphi') C \ln \frac{T''}{T_1}.$$

On voit que cette équation ne diffère de celle de l'isobare p_1 que par la présence, dans le membre de droite, d'un coefficient constant $(1 - \varphi')$. Mais si le rendement propre φ' de toutes les cellules élémentaires est constant, il n'en est pas de même pour le rendement total φ qui varie progressivement tout le long de la polytropique depuis la pression initiale p_1 jusqu'à la pression finale p_2 . Cette variation du rendement total s'explique par le fait que le coefficient $\mu_{\max}$, qui est inversement proportionnel à φ , croît à mesure que le rapport $\frac{p}{p_1}$ aug-

mente, de sorte que lorsque la pression atteint sa valeur finale p_2 , l'écart entre φ et φ' atteint son maximum. On peut d'ailleurs établir l'équation de la polytropique en tenant compte de cette variation du rendement total, c'est-à-dire en faisant intervenir dans la relation entre T'' et S exprimant la courbe AG, au lieu du rendement d'étage φ' , le rendement total φ , étant entendu que ce

symbole exprime le rendement de l'ensemble des cellules fonctionnant entre les températures T_1 et T'' (et non entre les températures extrêmes correspondant aux points A et G). Pour atteindre ce but, il suffit de considérer en un point quelconque H de la courbe AG, au lieu d'un élément infiniment petit de cette courbe, toute la partie de celle-ci qui est comprise entre le point considéré et le point initial A. Les coordonnées du point H étant S et T'' , supposons que l'isobare p passant par ce point coupe l'adiabatique AB au point I dont l'ordonnée sera T. Les températures T'' et T seront alors liées par la relation :

$$T'' = T_1 + \frac{T - T_1}{\rho},$$

où ρ est le rendement total de la transformation AH. Cette relation peut s'écrire également :

$$\frac{T}{T_1} = \rho \frac{T''}{T_1} + 1 - \rho.$$

D'autre part, entre les entropies S et S_1 on a la relation :

$$S = S_1 + C \ln \frac{T''}{T_1}$$

qu'on peut écrire également :

$$S = S_1 + C \ln \frac{T''}{T_1} - C \ln \frac{T_1}{T},$$

ou, en remplaçant le rapport $\frac{T}{T_1}$ par sa valeur :

$$S = S_1 + C \ln \frac{T''}{T_1} - C \ln \left(\rho \frac{T''}{T_1} + 1 - \rho \right). \quad (43)$$

Il suffit de remplacer dans cette relation T'' par T'_2 pour obtenir l'expression de l'entropie finale S_2 , le ren-

dement ρ s'entendant alors pour le rapport de compression global $m = \frac{p_2}{p_1}$:

$$S_2 = S_1 + C \ln \frac{T_2''}{T_1} - C \ln \left(\rho \frac{T_2''}{T_1} + 1 - \rho \right). \quad (43')$$

Si l'on connaît les coordonnées S_2 et T_2'' du point final de la courbe AG (fig. 15) représentant la compression polytropique, on peut, à l'aide de la relation (43'), en déduire le rendement ρ de l'opération. En effet, cette dernière relation peut s'écrire sous la forme :

$$\ln \frac{\rho \left(\frac{T_2''}{T_1} - 1 \right) + 1}{\frac{T_2''}{T_1}} = - \frac{S_2 - S_1}{C},$$

d'où

$$\rho = \frac{\frac{T_2''}{T_1} e^{\frac{S_2 - S_1}{C}} - 1}{\frac{T_2''}{T_1} - 1},$$

ou encore

$$\rho = \frac{T_2'' e^{\frac{S_2 - S_1}{C}} - T_1}{T_2'' - T_1}. \quad (44)$$

Signalons d'ailleurs que cette dernière expression du rendement ρ pourrait aussi être établie sans passer par (43'), car, d'une part, on a :

$$\rho = \frac{T_2 - T_1}{T_2'' - T_1},$$

et d'autre part, comme :

$$S_2 - S_1 = C \ln \frac{T_2''}{T_2},$$

on peut écrire :

$$T_2 = T_2'' e^{-\frac{S_2 - S_1}{C}},$$

et l'introduction de cette valeur de T_2 dans l'expression précédente de φ conduit bien à la relation (44).

Le plus souvent, d'ailleurs, au lieu de l'entropie finale S_2 , on connaît le rapport de compression m ; il est donc intéressant d'établir une relation entre les grandeurs φ et m , la température T_2'' étant supposée connue, c'est-à-dire le point G de la figure 15 étant défini par l'isobare p_2 et l'isotherme T_2'' . Cette relation s'obtiendra immédiatement en exprimant l'échauffement adiabatique $T_2 - T_1$ en fonction de m et de T_1 :

$$T_2 - T_1 = T_1 (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1),$$

ce qui donne :

$$\varphi = \frac{T_2 - T_1}{T_2'' - T_1} = \frac{T_1 (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}{T_2'' - T_1}. \quad (45)$$

Contrairement à la relation (39), les relations (44) et (45) expriment la valeur du rendement total φ d'une compression polytropique (rendement que nous avons désigné précédemment $\varphi_{\min}$) en fonction des états initial et final du gaz considéré, sans faire intervenir la valeur du rendement d'étage φ' .

Les différentes propriétés de la compression polytropique étant ainsi établies, reprenons l'hypothèse fondamentale qui a servi de point de départ à tous nos raisonnements relatifs à cette transformation. Cette hypothèse consiste à admettre que toutes les pertes d'énergie accompagnant la compression soient localisées à la sortie de la cellule, de manière à ne pas affecter l'état (c'est-à-dire la température) du gaz pendant la compression proprement dite. En d'autres termes, les différentes expressions que nous venons d'établir supposent qu'au cours de la transformation ayant pour siège chacune des cellules du compresseur, l'élévation de température suit la loi de la compression adiabatique, l'accroissement

d'entropie n'ayant lieu qu'au moment où le gaz quitte la cellule considérée. Cette hypothèse est identique à celle que nous avons adoptée dans l'étude de la détente des gaz parfaits, de sorte que nous avons pu appliquer dans les deux cas la même méthode de calcul et obtenir des résultats présentant entre eux une certaine analogie. Mais, tandis que dans le cas d'une turbo-machine motrice cette hypothèse est pratiquement conforme à la réalité, dans celui d'une machine réceptrice elle est, ainsi que nous allons le montrer, beaucoup moins justifiée.

Considérons d'abord une cellule de turbine à gaz ou à vapeur, et supposons que cette cellule soit « à action », c'est-à-dire que toute la détente du fluide moteur soit effectuée dans le distributeur fixe, l'aubage mobile étant soumis, depuis l'entrée jusqu'à la sortie, à la même pression. L'expérience montre que dans ce cas la détente n'est accompagnée que de pertes peu sensibles, la plus grande partie des pertes d'énergie ayant lieu pendant l'utilisation, dans l'aubage mobile, de la vitesse produite par la détente. Comme cette utilisation est effectuée à pression constante, l'ensemble des transformations ayant lieu dans la cellule sera représenté, dans le diagramme entropique, par une courbe s'écartant très peu de l'adiabatique, suivie d'une portion de l'isobare p_2 le long de laquelle on aura porté la perte d'énergie dans l'aubage mobile, c'est-à-dire la quasi-totalité des pertes d'énergie de la cellule. Si la perte accompagnant la détente dans le distributeur peut être négligée, la transformation totale subie par le gaz sera bien conforme au tracé ABC (fig. 1) qui a servi de base à notre étude relative à la détente des fluides compressibles dans des turbo-machines motrices.

Or, lorsqu'on examine le fonctionnement d'une cellule de turbo-compresseur, on constate que l'hypothèse de la localisation des pertes d'énergie à la sortie de la cellule ne peut plus être considérée comme une base de calcul suffisamment conforme à l'allure réelle de la transformation envisagée. En effet, tandis que dans une cellule de turbine, l'aubage mobile *suit* l'aubage fixe (distributeur) où se produit la détente du fluide moteur, dans une cellule de compresseur, par contre, l'aubage mobile *précède* l'aubage fixe (diffuseur) qui transforme en pression une partie de l'énergie cinétique du fluide créée par l'impulsion exercée par les aubes de la roue. Il en résulte qu'à l'entrée du diffuseur, le gaz a

déjà subi l'action des pertes d'énergie ayant lieu dans l'aubage mobile, action qui se traduit par un accroissement simultané de température et d'entropie. De plus, si dans un distributeur de turbine, les pertes accompagnant la détente peuvent bien être considérées comme négligeables, la transformation inverse ayant lieu dans un diffuseur est accomplie d'une manière bien moins parfaite; et comme une certaine perte d'énergie se produit dès l'entrée du diffuseur, on voit que la compression effectuée dans cet organe est loin de suivre la loi adiabatique. Aussi bien dans l'aubage mobile de la cellule que dans son aubage fixe, il existe donc un écart notable entre l'allure réelle de la compression du gaz et celle qui aurait lieu dans une cellule où les pertes seraient concentrées à la sortie et, par conséquent, n'affecteraient pas la loi de l'échauffement du fluide.

Ces considérations montrent qu'une cellule de compresseur ne peut pas être envisagée comme une entité indivisible ou, si l'on préfère, comme un point matériel, mais qu'elle forme, au contraire, un assemblage de plusieurs éléments qui sont traversés par le gaz successivement et qui ont chacun son rendement propre, ces rendements élémentaires étant d'ailleurs comparables entre eux. Il est bien évident que cette dislocation de la cellule, ou sa décomposition en éléments, n'infirme nullement les raisonnements que nous avons développés au sujet de la compression polytropique ni les relations que nous avons établies pour exprimer ses différentes propriétés; en effet, le rendement ρ' qui caractérise le fonctionnement d'une cellule tient compte de toutes les pertes se produisant dans celle-ci, et la répartition de ces pertes entre les différents éléments de la cellule, ou leur concentration dans la section de sortie de celle-ci, ne peut exercer aucune influence sur le résultat final, pourvu que la somme de ces pertes reste constante.

Mais, si la façon dont la perte totale d'énergie est répartie entre l'aubage mobile, le diffuseur, etc., est indifférente pour la détermination du rendement d'une cellule donnée ayant un régime de fonctionnement bien défini, il n'en est plus de même lorsqu'on veut changer ce régime de fonctionnement, ou lorsqu'on veut passer de la cellule envisagée à une autre cellule similaire. On sait que, conformément à la théorie de la similitude établie par Auguste Rateau, le rendement d'une cellule reste inchangé lorsqu'on fait varier toutes ses dimensions

dans le même rapport, ou lorsqu'on modifie la vitesse de rotation de la roue, tout en faisant fonctionner celle-ci sur la même ouverture. Dans les deux cas, le débit de fluide aspiré est proportionnel à la vitesse périphérique de l'aubage mobile, et la hauteur engendrée varie avec le carré de cette vitesse. Mais si cette constance du rendement pour des cellules similaires, ou pour des fonctionnements similaires de la même cellule, est parfaitement valable pour le cas des fluides pratiquement incompressibles, elle ne l'est plus lorsque les variations de volume accompagnant la compression ne peuvent pas être négligées, à moins de modifier la définition même du rendement de la cellule. En effet, considérons une cellule de compresseur fonctionnant à une vitesse de rotation bien déterminée et ayant, pour cette vitesse, un rendement φ' défini, ainsi que nous l'avons fait au début de ce chapitre, par le rapport des aires $D'DBA'$ et $D'DCC'$ de la figure 15. Supposons que, les ouvertures réalisées à l'aspiration et au refoulement de la cellule restant inchangées, la vitesse de rotation de la roue augmente, ce qui entraîne un accroissement simultané du débit aspiré et du rapport de compression. Comme la cellule, ainsi que nous l'avons vu, est formée par plusieurs éléments placés en série, son fonctionnement peut être assimilé à celui d'un compresseur multicellulaire réalisant le même rapport de compression. Or, les relations que nous avons établies dans ce chapitre montrent que le fractionnement de la compression conduit à une baisse de rende-

ment d'autant plus sensible que le rapport $m = \frac{p_2}{p_1}$ est

plus élevé; cette propriété ressort d'ailleurs clairement de l'examen de la figure 16 : le coefficient du réchauffage, qui est inversement proportionnel au rendement φ' , varie dans le même sens que le rapport de compression m . Il en résulte que lorsque, par suite d'un accroissement de la vitesse de rotation, le rapport de compression réalisé par la cellule augmente, le réchauffage dû au fractionnement à l'intérieur même de la cellule augmente non seulement en valeur absolue, mais aussi en valeur relative, ce qui se traduit par un abaissement du rendement de la cellule. Cette conclusion deviendra encore plus évidente si nous représentons le rendement de la cellule à la vitesse initiale p_1 comme le quotient du rendement φ' que la cellule aurait si les pertes d'énergie y étaient concentrées dans la section de sortie, et du

coefficient de réchauffage μ_1 tenant compte de l'allure réelle de la transformation effectuée dans la cellule :

$$\varphi_1 = \frac{\varphi'}{\mu_1}.$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, ou dans celui d'un gaz parfait comprimé suivant la loi adiabatique, on aurait : $\mu_1 = 1$ et, par conséquent, $\varphi_1 = \varphi'$; le passage du rapport de compression m_1 à un rapport $m_2 > m_1$, laissant inchangée la valeur de φ' , n'affecterait donc pas le rendement de l'opération, de sorte qu'on aurait $\varphi_2 = \varphi_1$. Mais, en réalité, le coefficient $\mu_1 > 1$, et si $m_2 > m_1$, on a : $\mu_2 > \mu_1$ d'où $\varphi_2 < \varphi_1$. L'accroissement du rapport de compression conduit donc à une diminution du rendement de la cellule réelle, de même que cela a lieu dans le cas d'un compresseur multicellulaire.

En résumé, si dans une cellule de turbine les pertes d'énergie se produisent presque entièrement à la pression finale p_2 et, par conséquent, peuvent bien être portées le long de l'isobare correspondante (BC, fig. 1), dans une cellule de compresseur, par contre, les pertes accompagnent toutes les phases de la transformation ce qui a pour effet de rendre le fonctionnement d'une telle cellule assimilable à celui d'une machine multicellulaire. Cette analogie permet d'appliquer à la transformation ayant lieu dans la cellule certaines propriétés de la compression fractionnée (c'est-à-dire réalisée au moyen de plusieurs cellules fonctionnant en série) ; en particulier, un accroissement du rapport de compression conduit à une diminution du rendement φ' de la cellule ce qui rend ce rendement impropre à caractériser le fonctionnement de la cellule au point de vue de la théorie de la similitude.

Pour que les avantages de cette théorie puissent être utilisés dans l'étude des turbo-machines réceptrices fonctionnant avec des fluides compressibles, il est donc nécessaire de remplacer la définition du rendement que nous avons utilisée au début de ce chapitre par une autre définition tenant compte de l'échauffement réel du fluide dans la cellule. Cet échauffement réel, au lieu de suivre l'isobare p_2 (BC, fig. 15), a lieu suivant une certaine courbe reliant les points A et C qui représentent les deux états extrêmes du gaz. Supposons que cette

courbe tracée en trait mixte dans la fig. 15, son continue et qu'elle satisfasse à l'équation :

$$p v^{\alpha} = C'.$$

Le rendement de la cellule envisagée sera défini en considérant comme cellule idéale celle qui fonctionnerait suivant la même courbe AC, que la cellule réelle, *mais d'une manière réversible*. Cette cellule idéale comprimerait donc le gaz sans pertes d'énergie, mais en chaque point du trajet suivi par le fluide celui-ci recevrait une quantité infinitésimale petite de chaleur qui viendrait s'ajouter à l'échauffement adiabatique du gaz, de manière que la variation de la température avec la pression suivit la courbe AC caractérisant le fonctionnement de la cellule réelle. Comme, dans le cas de la cellule idéale ainsi définie, l'accroissement d'entropie accompagnant la compression est dû à un apport extérieur de chaleur, et non à une utilisation imparfaite de l'énergie mécanique fournie à la machine, l'énergie absorbée par cette cellule s'obtiendra en retranchant de la quantité d'énergie fournie à la cellule réelle celle qui est absorbée par suite de l'irréversibilité de la transformation. Dans la figure 15, la première de ces quantités d'énergie est représentée par l'aire D'BCC', et la seconde par A'ACC'; l'énergie absorbée par la cellule idéale est donc figurée par l'aire D'DCAA' = D'BCC' — A'ACC'. On voit que cette énergie est supérieure à celle correspondant à la compression adiabatique, la différence, qui est représentée par l'aire du triangle curviligne ABC = D'DCAA' — D'DBA' étant le supplément d'énergie devant être fourni au gaz pour tenir compte de son échauffement réel, supposé réversible.

Nous avons admis que la transformation réelle du gaz pouvait être représentée dans le diagramme entropique par une courbe continue AC, et que l'expression analytique de cette courbe était de la forme : $p v^{\alpha} = C'$ où l'exposant α a une valeur fixe pour chaque cas envisagé. La continuité de la courbe permet de décomposer la compression considérée en un nombre infini de phases successives correspondant chacune à une élévation de pression dp ; de plus, la constance de l'exposant α permet d'attribuer à chacune de ces phases fictives le même rendement individuel. En effet, la courbe AC ainsi définie

nie est analogue à la polytropique AC dont l'équation est, ainsi que nous l'avons vu :

$$pv^{\frac{\gamma \rho'}{1 - (1 - \rho')\gamma}} = C'' ,$$

où l'exposant $\frac{\gamma \rho'}{1 - (1 - \rho')\gamma}$ a également une valeur constante pour des valeurs données de γ et de ρ' . La courbe AC peut donc être considérée, elle aussi, comme une polytropique; d'ailleurs, l'étymologie de ce terme permet bien de l'appliquer simultanément à plusieurs courbes passant par le même point tel que A et pouvant former, en ce point, des angles quelconques avec les directions des axes des coordonnées. Mais, tandis que la polytropique AG est caractérisée par l'égalité entre le rendement ρ' de chacune des cellules élémentaires qui la composent et le rendement (par rapport à l'adiabatique AB) de la cellule unique réalisant le rapport de compression m , la polytropique AC sera définie par la température finale T_2 qui règne à la sortie de la cellule réelle. Comme cette température est inférieure à T_2'' , la compression AC correspond à un rendement élémentaire supérieur à celui qui a servi de base pour le tracé de la courbe AG; en désignant le premier de ces rendements par ρ'_{AC} , et le second par ρ'_{AG} , nous aurons, d'après (36) :

$$m^{\frac{1}{\rho'_{AG}} \times \frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \frac{T_2''}{T_1} ,$$

d'où
$$\rho'_{AG} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \times \frac{\ln m}{\ln \frac{T_2''}{T_1}}$$

et, d'une manière analogue :

$$\rho'_{AC} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \times \frac{\ln m}{\ln \frac{T_2}{T_1}} . \quad (46)$$

Le rapport des deux rendements élémentaires est donc donné par la relation :

$$\frac{\rho'_{AC}}{\rho'_{AG}} = \frac{\ln \frac{T_2''}{T_1}}{\ln \frac{T_2'}{T_1}} = \frac{\ln T_2'' - \ln T_1}{\ln T_2' - \ln T_1} \quad (47)$$

Cette relation montre que le rapport des rendements élémentaires ne doit pas être confondu avec le rapport des rendements totaux ρ_{AC} et ρ_{AG} qui correspondent respectivement à la compression réelle (irréversible) AC et à celle qui serait réalisée au moyen d'un nombre infini de cellules ayant chacune le rendement individuel ρ'_{AG} ; ce dernier rapport est, en effet :

$$\frac{\rho_{AC}}{\rho_{AG}} = \frac{T_2'' - T_1}{T_2' - T_1},$$

tandis que dans l'expression du premier (47), chacune des températures T_1 , T_2' et T_2'' est remplacée par son logarithme.

La relation (46) permet d'établir la valeur de l'exposant α dans l'équation de la courbe AC : $pv^\alpha = C^e$. En effet, cette courbe étant considérée comme une polytropique, on a, par analogie avec l'équation exprimant la courbe AG :

$$\alpha = \frac{\gamma \rho'_{AC}}{1 - (1 - \rho'_{AC})^\gamma}$$

ou

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{1}{\rho'_{AC}} \times \frac{\gamma - 1}{\gamma},$$

d'où, d'après (46) :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{T_2'}{T_1}}{\ln m} \quad (48)$$

Par conséquent, si au cours d'un essai on a déterminé

le rapport de compression m réalisé par la machine, ainsi que les températures du gaz à l'aspiration et au refoulement T_1 et T_2 , on peut facilement en déduire la valeur de l'exposant α qui figure dans l'expression de la polytropique correspondant à la transformation considérée.

On peut également exprimer le même exposant α en fonction du rapport m et du rendement ρ de la machine (par rapport à la compression adiabatique). En effet, on peut écrire :

$$\frac{T_2'}{T_1} = 1 + \frac{T_2 - T_1}{\rho T_1} = 1 + \frac{1}{\rho} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) = \frac{1}{\rho} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 + \rho),$$

et, en introduisant cette expression du rapport $\frac{T_2'}{T_1}$ dans (48), on obtient :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{1}{\rho} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 + \rho)}{\ln m}. \quad (49)$$

Enfin, si l'on connaît les valeurs initiale et finale du volume spécifique du gaz v_1 et v_2 , on peut facilement exprimer α en fonction de ces deux grandeurs et du rapport de compression m . En effet, comme α est défini par la relation :

$$\rho_1 v_1^\alpha = \rho_2 v_2^\alpha.$$

on peut écrire :

$$\alpha = \frac{\ln m}{\ln \frac{v_1}{v_2}}. \quad (50)$$

Les relations que nous venons d'établir permettent donc de déterminer la valeur de l'exposant α de trois façons différentes, suivant qu'on connaît, en plus de m

et de T_1 , la température finale T_2 (48), le rendement φ par rapport à la compression adiabatique (49), ou le volume spécifique v_2 au refoulement de la machine (50). La valeur de α peut donc être calculée très facilement, soit *a priori*, en admettant que le rendement φ soit connu, soit *a posteriori*, les grandeurs T_2 et v_2 étant fournies par l'expérience. Dans les deux cas, on dispose ainsi de toutes les données nécessaires pour le tracé de la polytropique AC (figure 15) qui représente, par hypothèse, la loi de l'échauffement du gaz dans la machine réelle, loi qu'on admet également pour le calcul de la puissance qui serait absorbée par une machine parfaite où le même échauffement serait réalisé d'une manière *réversible*. Dans ce dernier cas, la variation du volume spécifique du gaz au cours de la compression serait la même que dans la machine réelle; elle augmenterait donc l'énergie absorbée par l'une ou l'autre de ces machines de la même quantité qui est représentée par l'aire du triangle ABC de la figure 15. La différence entre les quantités d'énergie absorbées par la machine réelle et celle idéale résulte ainsi uniquement de l'irréversibilité de la transformation ayant lieu dans la première de ces machines, mais non de l'accroissement de température dû aux pertes, l'échauffement du gaz au cours de la compression étant le même dans les deux cas envisagés. Comme, en cas de variation du rapport de compression m , l'échauffement ayant lieu dans la machine parfaite suit (mais d'une manière réversible) celui qui est réalisé dans la machine réelle, l'influence de cet échauffement sur le rendement de de cette dernière se trouve éliminée; en considérant comme machine parfaite celle qui fonctionne suivant la polytropique AC, on obtient donc pour le rendement de la machine réelle une valeur qui ne dépend pas du rapport m et peut, par conséquent, être utilisée pour les considérations de similitude.

Le rendement ainsi défini porte le nom de rendement polytropique; il est d'ailleurs évident que cette définition peut s'appliquer non seulement au cas d'une cellule unique, ainsi que nous l'avons fait dans ce qui précède, mais aussi à celui d'un compresseur multicellulaire. Dans tous les cas, le rendement polytropique, que nous désignerons par le symbole φ_p , est donné par le rapport des surfaces D'DCAA' et D'DCC' de la figure 15 qui représentent les quantités d'énergie absorbées respectivement par la compression polytropique AC et par la compression réelle. En désignant la première de ces

quantités d'énergie par q_p , et la seconde par q_r (en calories par kilogramme), on a :

$$q_p = ART_1 \frac{\alpha}{\alpha - 1} (m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1), \quad (51)$$

et
$$q_r = C(T'_2 - T_1),$$

de sorte que l'expression du rendement polytropique φ_p est :

$$\varphi_p = \frac{ART_1 (m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1)}{\frac{\alpha - 1}{\alpha} C(T'_2 - T_1)}, \quad (52)$$

R étant la constante du gaz soumis à la compression.

D'autre part, on peut écrire :

$$AR = C - c = C \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

et
$$T'_2 - T_1 = \frac{T_1}{\varphi_a} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1),$$

φ_a étant le rendement adiabatique de la compression envisagée :

$$\varphi_a = \frac{T_2 - T_1}{T'_2 - T_1} = \frac{T_1 (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}{T'_2 - T_1}.$$

Le rendement polytropique peut donc s'exprimer également par la relation :

$$\varphi_p = \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} (m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1)}{\frac{\alpha - 1}{\alpha} (m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)} \varphi_a, \quad (52')$$

et le rapport des deux rendements, φ_p et φ_a , est, par conséquent :

$$\frac{\varphi_p}{\varphi_a} = \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha} (m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1)}{\frac{\alpha-1}{\alpha} (m^{\frac{\gamma-1}{\alpha}} - 1)} \quad (52'')$$

Il en résulte que :

$$\varphi_p = \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \quad (53)$$

Ainsi que nous l'avons déjà vu, le terme $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ figurant dans cette expression est lié au rendement adiabatique φ_a par la relation (49) :

$$\frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{1}{\varphi_a} (m^{\frac{\gamma-1}{\alpha}} - 1 - \varphi_a)}{\ln m}.$$

En introduisant cette valeur de $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ dans (52''), on obtient une relation entre le rapport $\frac{\varphi_p}{\varphi_a}$ et le rapport de compression $m = \frac{p_2}{p_1}$.

$$\frac{\gamma-1}{\alpha}$$

Signalons que le rapport $\frac{\frac{\gamma-1}{\alpha}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$ figurant dans (52''), et (53) peut facilement être exprimé en fonction des températures T_1 , T_2 et T_2' . En effet, comme on a :

$$\frac{\gamma-1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln m} \quad \text{et} \quad \frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{T_2'}{T_1}}{\ln m},$$

on peut écrire :

$$\frac{\frac{\gamma - 1}{\alpha - 1}}{\alpha} = \frac{\ln T_2 - \ln T_1}{\ln T_2' - \ln T_1},$$

relation qui a la même forme que (47).

Dans le cas d'un gaz parfait diatomique, l'expression (49) s'écrit :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{\ln \frac{1}{\rho_a} (m^{0,29} - 1 + \rho_a)}{\ln m}.$$

En faisant varier le rapport de compression m de 1 à 10, et le rendement ρ_a de 0,5 à 1, on obtient pour $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ les valeurs données par les courbes de la figure 17. On voit que $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ varie en sens inverse du rendement adiabatique et aussi du rapport de compression réalisé par la machine. Lorsque ce dernier rapport est égal à l'unité, on a : $\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{0}{0}$, et il est facile de voir que la vraie valeur de cette expression est :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{0,29}{\rho_a}$$

ou, dans le cas général :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}{\rho_a}.$$

Ce dernier résultat était d'ailleurs évident, car lorsque m tend vers l'unité, le rendement total ρ_a tend vers la valeur du rendement d'étage ρ' , et nous avons déjà vu que :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{1}{\rho'} \times \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

(bien entendu, ici φ' désigne le rendement d'étage correspondant à la compression polytropique AC de la figure 15).

Le rapport $\frac{\varphi_p}{\varphi_a}$ s'obtiendra donc en introduisant la

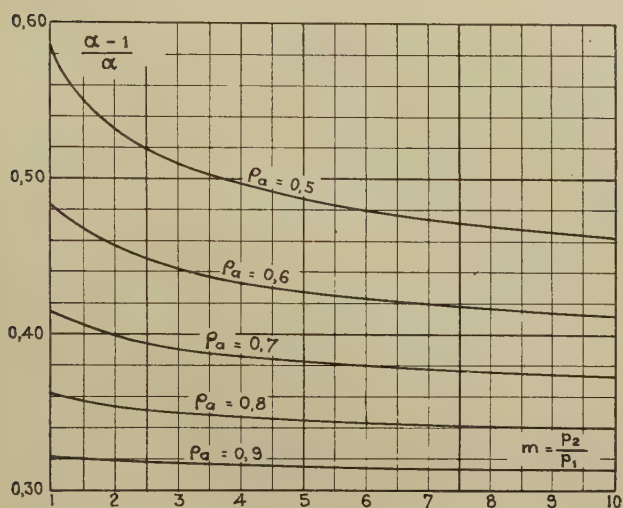


Fig. 47.

Variation du coefficient $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ pour un gaz parfait diatomique.

valeur de $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$, relevée sur la figure 47, dans l'expression :

$$\frac{\varphi_p}{\varphi_a} = \frac{0,29 \cdot (m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1)}{\frac{\alpha - 1}{\alpha} (m^{0,29} - 1)}.$$

On constate facilement que le rapport du rendement polytropique au rendement adiabatique varie en sens inverse de ce dernier, et dans le même sens que le rapport de compression m .

Ajoutons que dans les ouvrages relatifs aux turbo-compresseurs, on se contente généralement de signaler la loi de la compression polytropique $pv^\alpha = C^{\text{te}}$, sans approfondir le sens physique de cette équation. Nous avons montré que la continuité de la courbe polytropique implique la possibilité de considérer la transformation comme si elle était réalisée au moyen d'un nombre infini d'éléments placés en série, et, de plus, que la constance de l'exposant α entraîne celle du rendement individuel de ces éléments fictifs. Cette analyse nous a permis de déceler également la raison pour laquelle la notion de rendement polytropique, qui est d'une grande utilité dans le domaine des turbomachines réceptrices, ne présente aucun intérêt pratique pour l'étude des turbines à vapeur ou à gaz, et particulièrement des turbines monocellulaires. Il est d'ailleurs évident que la loi $pv^\alpha = C^{\text{te}}$, admise pour exprimer la compression polytropique, est d'autant plus conforme à la nature réelle des transformations subies par le fluide comprimé que le nombre des cellules du compresseur est plus élevé; de son côté, l'accroissement du nombre de cellules a pour effet d'augmenter (par suite du phénomène de réchauffage) l'écart entre le rendement de chacune d'elles et le rendement adiabatique total de la machine.

CHAPITRE VII

LA COMPRESSION D'UN GAZ PARFAIT ACCOMPAGNÉE D'UNE RÉFRIGÉRATION CONTINUE OU FRACTIONNÉE

Nous avons vu, dans le chapitre précédent, que la décomposition de la perte d'énergie accompagnant la compression d'un gaz, en deux parties, représentées par les aires ABC et $A'ACC'$ de la figure 18 (qui est une reproduction partielle de la fig. 15) permet de donner au rendement de la machine une définition qui fait de cette grandeur un invariant dans la théorie de la similitude. Mais la même division de la perte totale $A'BCC'$ présente encore un autre intérêt, à la fois théorique et pratique : comme la partie de la perte totale, représentée par le triangle ABC , est due à l'échauffement engendré par les imperfections de la machine, cette partie peut être supprimée en compensant l'échauffement du gaz par une réfrigération appropriée. En effet, en établissant la définition du rendement polytropique, nous avons admis que le gaz comprimé dans la machine idéale subissait un échauffement progressif sous l'action d'une source de chaleur extérieure ; nous pouvons, de la même manière, supposer que le gaz traversant la machine réelle soit soumis à une réfrigération continue effectuée, par exemple, au moyen d'une circulation d'eau. Cette réfrigération peut être prévue de manière à réaliser l'échauffement du gaz, au cours de la compression, suivant l'adiabatique AB , tandis que, sans la réfrigération, cet échauffement suivrait la polytropique AC . La réfrigération ainsi réalisée supprime donc l'influence des imperfections de la machine sur la variation du poids spécifique du gaz, influence qui se traduit par une perte additionnelle représentée par la surface du triangle curviligne ABC . La variation de la tempé-

mations AB et AC. On voit que l'abaissement de la dépense d'énergie due à l'échauffement qui, dans le cas précédent, était donné par la surface du triangle ABC, se réduit, dans le cas actuel, à celle du triangle AEC. Ici l'énergie fournie à 1 kilogramme de gaz comprimé, sous forme de chaleur sensible, est donc représentée par la surface D'DEE'; en ajoutant cette quantité d'énergie à celle qui est emportée par l'eau, on obtient l'énergie totale absorbée par la machine et rapportée à 1 kilogramme de gaz.

Mais la réfrigération du compresseur peut aussi être suffisamment intense pour réduire la température finale du gaz à une valeur inférieure à T_2 , la transformation réalisée étant, dans ce cas, représentée par une courbe telle que AF, située entre l'adiabatique AB et l'isotherme AD. Dans l'équation de la nouvelle polytropique AF : $pv^{\alpha'} = C^e$, l'exposant α' satisfait à la condition : $1 < \alpha' < \gamma$. Quant à l'énergie fournie au gaz, elle est figurée par l'aire D'DFF', qui est inférieure non seulement à celle qui serait incorporée au fluide comprimé dans une machine non refroidie, mais aussi à celle qui correspondrait à une compression adiabatique réversible.

Enfin, si l'eau disponible pour la réfrigération se trouve à une température ne dépassant pas la température initiale du gaz T_1 , la compression de celui-ci peut être réalisée suivant l'isotherme AD. La transformation réalisée satisfait alors à l'équation : $pv = p_1v_1 = RT_1$; comme, dans ce cas, l'énergie interne du gaz reste inchangée au cours de la transformation, c'est la chaleur cédée à l'eau qui forme, à elle seule, la dépense totale d'énergie nécessitée par la compression.

Si la température de l'eau de réfrigération est inférieure à T_1 , on peut même obtenir une courbe de compression située au-dessous de l'isotherme AD, l'exposant α' de l'équation : $pv^{\alpha'} = C^e$ étant alors inférieur à l'unité. Nous ne citons, d'ailleurs, cette transformation sous-isothermique que pour mémoire et considérerons, dans ce qui suit, comme réfrigération parfaite, celle qui laisse la température du gaz invariable depuis l'entrée jusqu'à la sortie du compresseur.

Pour que cette dernière condition soit rigoureusement réalisée, il est nécessaire que le compresseur comporte un nombre infini de cellules suivies chacune d'un réfrigérant élémentaire à surface (par exemple,

à faisceau tubulaire ou à serpentín), qui ramène la température du gaz à sa valeur initiale T_1 . D'ailleurs, l'hypothèse d'un nombre infini de cellules est nécessaire également pour que la transformation réalisée dans le compresseur suive bien une loi de la forme : $pv^n = C''$, toutes les cellules élémentaires devant avoir le même rendement individuel dont nous avons déterminé l'expression au chapitre précédent. Toutefois, ainsi que nous l'avons vu au même chapitre, l'hypothèse de la continuité de la transformation, suivant la loi générale indiquée ci-dessus, est une approximation pratiquement suffisante même au cas d'un compresseur réel, comportant un nombre fini de cellules; d'ailleurs, la réfrigération ne présente un intérêt pratique que dans le cas des machines réalisant un rapport de compression élevé et comportant, par conséquent, un nombre de cellules relativement grand, de sorte que l'hypothèse relative à la nature de la transformation réalisée peut être considérée comme justifiée.

L'exposé général auquel nous venons de procéder était nécessaire pour bien préciser les données du problème que nous nous proposons de résoudre dans ce chapitre, et qui consiste à déterminer la quantité d'énergie absorbée par une compression accompagnée d'une réfrigération continue ou fractionnée. On remarquera que, dans l'analyse de la figure 18, nous n'avons indiqué que les surfaces représentant la chaleur sensible fournie au gaz comprimé, en réservant l'évaluation de la quantité d'énergie emportée par l'eau de réfrigération du compresseur; cette dernière question mérite, en effet, un examen tout particulier. Certains ouvrages consacrés aux turbo-compresseurs (1) traitent ce problème en partant d'une hypothèse fondamentale que nous ne pouvons pas adopter, mais que nous croyons, néanmoins, devoir exposer afin de bien faire ressortir l'inexactitude, qu'à notre avis, elle comporte.

Cette hypothèse consiste à admettre que si la réfrigération du compresseur permet de réduire, ou même de supprimer la perte d'énergie due à l'échauffement du gaz au cours de la compression, elle laisse, par

(1) Voir W.-J. KEARTON : *Turbo-blowers and compressors* (London, 1926); voir également : BRUNO ECK und W.-J. KEARTON : *Turbo-Gebläse und Turbo-Kompressoren* (Berlin, 1929).

contre, inchangée la perte résultant de l'irréversibilité de la transformation réalisée. Quelle que soit l'efficacité de la réfrigération, cette dernière perte reste donc, conformément à l'hypothèse envisagée, celle qui est représentée, dans la figure 18, par la surface trapézoïdale $A'ACC'$, le point C figurant l'état final du gaz dans le cas d'un compresseur non refroidi. Dans ces conditions, l'énergie totale dépensée pour la compression sera déterminée, pour chacun des cas envisagés, en ajoutant à l'énergie qui serait absorbée par la même transformation polytropique si elle était réversible, la perte constante représentée par la surface $A'ACC'$; il suffira de retrancher de cette dépense totale la chaleur emportée par le gaz comprimé pour obtenir celle qui est cédée à l'eau de réfrigération. Ainsi, si la transformation a lieu suivant l'une des courbes AE, AB ou AF, la dépense totale d'énergie est représentée, respectivement, par les aires $D'DEAA' + A'ACC'$, $D'DBA' + A'ACC'$ et $D'DFAA' + A'ACC'$; la chaleur fournie à l'eau est donc donnée, dans le premier cas, par $D'DEAA' + A'ACC' - D'DEE' = E'GCC' - EAG$, dans le second par $A'ACC'$, et dans le troisième, par $D'DFAA' + A'ACC' - D'DFF' = F'FACC'$. De même, dans le cas de la compression isothermique AD, l'eau de réfrigération reçoit la quantité d'énergie qui est figurée par l'aire $D'DACC'$ et qui forme la dépense totale nécessitée par la compression.

Quelle que soit l'hypothèse adoptée pour l'étude de la question qui nous occupe ici, il est évident que si ni la chaleur disponible dans le gaz comprimé ni celle qui est cédée à l'eau de réfrigération ne trouvent aucune utilisation, la répartition de la dépense totale d'énergie entre les deux fluides n'exerce aucune influence sur le résultat de l'opération, de sorte que nous n'aurons pas à en tenir compte dans nos calculs. Au lieu de considérer la part de l'énergie totale dépensée qui revient à l'échauffement du gaz et celle qui est due à l'échauffement de l'eau, nous décomposerons cette énergie totale d'une manière différente, qui fera mieux ressortir l'influence de la réfrigération sur le fonctionnement du compresseur. Ainsi que nous l'avons vu, conformément à l'hypothèse considérée, les pertes d'énergie dans un turbo-compresseur comprennent une partie fixe et irréductible et une partie variable avec l'efficacité de la réfrigération; la pre-

mière de ces pertes est représentée, dans la figure 18, par l'aire du trapèze A'ACC', et la seconde par l'aire du triangle formé par l'isotherme AD, l'isobare p_2 et la courbe de compression réalisée (AF ou AF, etc.). L'énergie totale fournie à la machine s'obtiendra en ajoutant à la perte ainsi définie l'énergie utile, c'est-à-dire la quantité d'énergie qui serait absorbée par un compresseur idéal, fonctionnant sans pertes, et muni d'un système de réfrigération permettant de maintenir constamment la température du gaz à sa valeur initiale T_1 . Cette énergie utile étant donnée par l'aire du rectangle D'DAA', la partie fixe de l'énergie totale absorbée par le compresseur sera représentée par l'aire D'DACC', et sa partie variable, par l'aire CAF, le point F pouvant occuper, sur l'isobare p_2 , toute position comprise entre C et D. C'est donc cette dernière partie de l'énergie totale absorbée par la machine qui peut être réduite grâce à la réfrigération du gaz au cours de la compression, et l'économie ainsi réalisée est d'autant plus importante que la température finale du gaz à la sortie de la machine est plus faible. En désignant cette quantité d'énergie, qui représente l'effet de l'échauffement, par q_c , on peut facilement établir la relation :

$$q_c = ART_1 \left(\frac{m^{\frac{\alpha'-1}{\alpha'}} - 1}{\frac{\alpha' - 1}{\alpha'}} - \ln m \right)$$

où α' est l'exposant qui figure dans l'équation $p = f(v)$ caractérisant la courbe de compression envisagée. Le maximum de q_c sera atteint lorsque le compresseur ne sera muni d'aucun dispositif de réfrigération, la courbe réalisée étant alors la polytropique AC où $\alpha' = \alpha$. On aura donc :

$$\begin{aligned} q_{c \text{ max}} &= ART_1 \left(\frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} - \ln m \right) \\ &= C \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_1 \left(\frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} - \ln m \right), \end{aligned}$$

et c'est cette quantité d'énergie qui pourra être économisée en passant du compresseur non refroidi où la transformation réalisée suit la courbe AC, à une machine où, grâce à une réfrigération parfaite, la compression suit l'isotherme AD. Comme la première de ces machines absorbe, par kilogramme de gaz, l'énergie qui s'exprime par :

$$C(T_2 - T_1) = CT_1 \left(m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right),$$

celle qui est dépensée pour une compression accompagnée d'une réfrigération continue et parfaite sera donnée par la différence :

$$C(T_2 - T_1) - q_{e \max}.$$

Rapporté à la quantité d'énergie absorbée par le compresseur non refroidi, le gain maximum dû à la réfrigération est donc :

$$1 - \frac{q_{e \max}}{C(T_2 - T_1)} = \frac{\frac{\gamma-1}{\gamma}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \left(1 - \frac{\frac{\ln m}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \right).$$

Telle est l'expression du gain maximum obtenue en partant de l'hypothèse fondamentale que nous avons exposée ci-dessus ; signalons d'ailleurs que les auteurs de cette hypothèse n'ont pas exprimé ce résultat sous forme mathématique, ainsi que nous venons de le faire, et n'ont évalué le gain dû à la réfrigération qu'au moyen de constructions effectuées dans le diagramme entropique.

Cette conception du fonctionnement d'un turbo-compresseur non refroidi semble, à première vue, assez séduisante. Un exemple numérique nous montrera pourtant qu'elle conduit, dans certains cas, à des résultats tout à fait inacceptables et que, par conséquent, l'hypothèse qui lui sert de base doit être révisée.

Supposons que le gaz aspiré par le compresseur soit caractérisé par $\frac{\gamma-1}{\gamma} = 0,29$ et que, par suite des pertes d'énergie dans la machine, la transformation réalisée sans réfrigération soit effectuée suivant une polytropique définie par $\frac{\alpha-1}{\alpha} = 0,6$. Pour le rapport de compression réalisé, nous adopterons la valeur $m = 10$. Dans ces conditions, en appliquant l'expression établie ci-dessus, l'économie réalisable, grâce à une réfrigération continue et parfaite est :

$$\frac{\frac{\gamma-1}{\gamma}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \left(1 - \frac{\frac{\ln m}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \right) = \frac{0,29}{0,6} \left(1 - \frac{\ln 10}{\frac{10^{0,6} - 1}{0,6}} \right) = 0,259$$

ou 25,9 % de la quantité d'énergie absorbée par le compresseur non refroidi.

Admettons maintenant qu'au lieu d'être muni d'un système de réfrigération continue, le compresseur soit desservi par un seul réfrigérant divisant la transformation totale subie par le gaz en deux phases et ramenant la température, à la fin de la première, à sa valeur initiale T_1 . Cette division sera effectuée de manière que chacune des deux phases réalise le même rapport de compression qui se trouve ainsi fixé à $m^{\frac{1}{2}}$. Dans ces conditions, la température du gaz à l'entrée du réfrigérant T' est donnée par la relation :

$$T' = T_1 m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}}.$$

En effet, la présence d'un réfrigérant traversé par le gaz à la pression $p' = p_1 m^{\frac{1}{2}}$ et abaissant la température

du fluide de T' à T_1 n'exerce aucune influence sur la réalisation de la première phase de la transformation considérée. La compression du gaz entre les pressions p_1 et p' sera donc effectuée, dans le compresseur muni d'un réfrigérant, exactement de la même manière que dans la machine non refroidie, c'est-à-dire suivant la portion de la courbe AC (fig. 18) comprise entre les températures T_1 et T' . L'énergie q' absorbée par la première phase sera, par conséquent, donnée par l'expression :

$$q' = C(T' - T_1) = CT_1 \left(m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1 \right)$$

ou, dans le cas particulier envisagé :

$$q' = CT_1(10^{0.3} - 1) = 0,9953CT_1.$$

D'autre part, si le compresseur n'était pas refroidi, la transformation effectuée entre les pressions p' et $p_2 = mp_1$ suivrait la portion de la courbe AC comprise entre les températures T' et T_2' . Cette deuxième phase de la compression serait donc caractérisée, de même que la première, par l'équation : $pv^\alpha = C''$, l'exposant α ayant la même valeur pour les deux compressions partielles considérées (entre p_1 et p' et entre p' et p_2). Il en est donc de même au cas où les deux phases sont séparées par un réfrigérant, seule la valeur de la constante devant être modifiée pour tenir compte de l'abaissement de température réalisé à la pression p' . Comme les deux parties du compresseur, situées de part et d'autre du réfrigérant, réalisent le même rapport de compression ($m^{\frac{1}{2}}$), en partant de la même température initiale (T_1) et en suivant la même loi ($pv^\alpha = C''$), les quantités d'énergie qu'elles absorbent sont égales entre elles, de sorte que l'énergie totale absorbée par la machine est :

$$2q' = 1,9906 CT_1.$$

L'économie réalisée grâce au réfrigérant intermédiaire sera donc fournie par la relation :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{2q'}{C(T_2 - T_1)} &= 1 - \frac{2q'}{CT_1(10^{0.6} - 1)} \\ &= 1 - \frac{1,9906}{2,9811} = 0,332 \end{aligned}$$

ou 33,2 % de la dépense d'énergie correspondant au compresseur non refroidi.

Nous constatons donc que, dans le cas considéré, l'utilisation d'un seul réfrigérant permet de réaliser une économie supérieure à celle qui résulterait d'une réfrigération continue et parfaite du gaz comprimé — si le gain d'énergie correspondant à ce dernier cas est déterminé sur la base de l'hypothèse que nous avons exposée ci-dessus. Cette hypothèse, qui consiste à n'attribuer l'effet favorable de la réfrigération qu'à la réduction de l'échauffement du gaz comprimé, conduit donc à sousestimer le gain d'énergie résultant de ce procédé. La valeur exacte de ce gain ne peut être obtenue qu'en tenant compte, en plus de l'abaissement de température du fluide traversant le compresseur, de l'influence exercée par la réfrigération sur le degré d'irréversibilité de la transformation. En effet, dans l'exemple précédent, nous avons calculé l'énergie absorbée par le compresseur à réfrigération continue, en retranchant de la dépense d'énergie correspondant à la marche sans réfrigération (aire D'DCC', fig. 18) la perte due à l'échauffement (aire CAD) et en supposant inchangée celle qui résulte de l'irréversibilité de la compression ; en réalité, cette dernière perte n'est pas constante, et la réfrigération du compresseur est susceptible de la réduire dans une proportion considérable. Pour s'en convaincre, il suffit d'exprimer la valeur de cette perte, d'une part, dans le cas d'un compresseur non refroidi et, d'autre part, dans celui d'un compresseur desservi par un réfrigérant intermédiaire. Il est facile de voir que, dans le premier cas, cette perte s'exprime par :

$$CT_1 \left(m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right) \left(1 - \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha}}{\frac{\gamma-1}{\alpha}} \right),$$

et dans le second, par :

$$2CT_1 \left(m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1 \right) \left(1 - \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha}}{\frac{\gamma-1}{\alpha}} \right).$$

En posant, ainsi que nous l'avons fait précédemment, $m = 10$, $\frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0,29$ et $\frac{\alpha - 1}{\alpha} = 0,6$, on constate que dans le cas où le compresseur fonctionne sans réfrigération, la perte due à l'irréversibilité atteint la valeur de 1,54 CT₁, tandis que l'emploi d'un réfrigérant intermédiaire abaisse cette perte à 1,03 CT₁. C'est cette réduction importante de la perte considérée qui permet à la compression fractionnée en deux phases d'être plus économique que celle qui, tout en étant accompagnée d'une réfrigération continue et parfaite, comporterait la même perte par irréversibilité que la transformation réalisée dans une machine non refroidie.

Ces considérations montrent clairement de quelle manière la réfrigération d'un turbo-compresseur influence la quantité d'énergie absorbée par la machine. Dans l'exemple précédent, en passant du compresseur non refroidi à celui qui est muni d'un réfrigérant intermédiaire, nous avons été amené à attribuer aux courbes de compression réalisées dans les deux phases ainsi formées le même exposant α figurant dans l'équation : $pv^\alpha = C^e$; en effet, si les cellules placées après le réfrigérant et comprimant le gaz de la pression p' à la pression finale p_2 sont dimensionnées en tenant compte de l'abaissement de température réalisé à la première de ces pressions, elles pourront être homothétiques à celles qui se trouvent à l'amont du réfrigérant, de sorte que la transformation du gaz suivra dans les deux cas la même loi. Or, conformément à la relation (53) :

$$p_p = \frac{\gamma - 1}{\alpha - 1},$$

la constance de l'exposant α implique la constance du rendement polytropique ε_p . Les deux groupes de cellules du compresseur à réfrigération intermédiaire auront donc le même rendement polytropique que le compresseur non refroidi, de sorte que la présence du réfrigérant n'affecte pas la valeur du rendement polytropique de la machine. Bien entendu, ce raison-

nement reste valable quel que soit le nombre des réfrigérants traversés par le gaz au cours de sa compression ; dans tous les cas, chacune des phases de la transformation réalisée a toujours le même rendement poly-

tropique propre, défini par le rapport $\frac{\gamma - 1}{\alpha - 1}$, et il en est,

par conséquent, de même pour l'ensemble de la machine. A la limite, le nombre de réfrigérants étant infini, l'ensemble des polytropiques élémentaires réalisées dans toutes les phases de la transformation se confond avec l'isotherme AD de la figure 18 ; mais la conclusion à laquelle nous venons d'arriver reste toujours valable : le compresseur à réfrigération continue et parfaite a le même rendement polytropique que le compresseur non refroidi dont il dérive.

Dès lors, au lieu de considérer comme partie fixe de la quantité d'énergie totale absorbée par la machine celle qui est représentée, dans la figure 18, par l'aire D'DACC', nous devons admettre que la dépense minimum (correspondant à la compression isothermique AD) est donnée par la surface du rectangle D'DAA', divisée par le rendement polytropique ρ_p . En désignant cette surface par q_{is} , l'énergie absorbée par un compresseur fonctionnant avec une réfrigération continue et parfaite sera donc exprimée par $\frac{q_{is}}{\rho_p}$, et celle absorbée par

un compresseur non refroidi, par $\frac{q_{is} + q_{e\max}}{\rho_p}$, $q_{e\max}$

désignant, comme précédemment, l'énergie figurée par l'aire du triangle CAD. Le gain maximum résultant de la réfrigération, que nous désignerons $\eta_{\max}$, est, par conséquent, donné par l'expression :

$$\eta_{\max} = \frac{q_{e\max}}{q_{is} + q_{e\max}}$$

ou, en remplaçant les grandeurs q_{is} et $q_{e\max}$ par leurs

valeurs, la première en fonction de m , et la seconde en fonction de m et de α :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\ln m}{\frac{\alpha-1}{\alpha} m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1} = 1 - \frac{\frac{\alpha-1}{\alpha} \ln m}{\frac{\alpha-1}{\alpha} m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}. \quad (54)$$

En comparant cette expression à celle que nous avons établie en supposant que la perte d'énergie due à l'irréversibilité était invariable, on constate que les deux valeurs de $\eta_{\max}$ ne diffèrent entre elles que par

$$\frac{\gamma-1}{\alpha}$$

le facteur $\frac{\gamma}{\alpha-1}$ qui, d'après (53), n'est autre que le

$$\alpha$$

rendement polytropique du compresseur. Ce résultat nous permettra de trouver immédiatement la valeur de $\eta_{\max}$ correspondant à l'exemple numérique que nous avons examiné ci-dessus ; pour atteindre ce but, il suffit de diviser la valeur du gain trouvée précé-

$$\text{demment (savoir, } 0,259) \text{ par le rapport } \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha}}{\frac{\gamma}{\alpha-1}} = \frac{0,29}{0,60}.$$

On trouve ainsi :

$$\eta_{\max} = 0,259 \times \frac{0,60}{0,29} = 0,536,$$

valeur qui est bien en harmonie avec celle que nous avons obtenue pour le cas d'un compresseur desservi par un seul réfrigérant.

Ce n'est donc pas la perte due à l'irréversibilité qui reste inchangée lorsqu'on munit le compresseur d'un dispositif de réfrigération, mais le rendement polytropique de la machine. Il est donc intéressant d'établir une expression donnant le gain $q_{\max}$ en fonction de ce dernier rendement qui doit être considéré

comme un invariant. Une telle expression peut être obtenue facilement en partant de la relation (54). En effet, la fraction figurant au deuxième membre de cette relation peut s'écrire :

$$\frac{\ln m}{\frac{\frac{\alpha-1}{\alpha}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1} = \frac{q_{is}}{q_p}$$

où q_{is} et q_p sont respectivement l'énergie absorbée par un compresseur idéal fonctionnant sans pertes suivant l'isotherme AD, et celle qui serait absorbée par un autre compresseur réalisant la transformation AC d'une manière réversible. Or, le rapport de ces deux quantités d'énergie est égal, par définition, au rapport des rendements isothermiques (ρ_{is}) et polytropique (ρ_p) du compresseur réel non refroidi :

$$\frac{q_{is}}{q_p} = \frac{\rho_{is}}{\rho_p},$$

de sorte que l'expression du gain maximum devient :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\rho_{is}}{\rho_p}. \quad (55)$$

La valeur de $\eta_{\max}$ peut être exprimée également en utilisant, au lieu de ρ_p ou de ρ_{is} , le rendement adiabatique ρ_a qui est le plus communément employé dans le cas des compresseurs non refroidis. Pour établir cette expression, il suffit de remplacer dans (55), ρ_{is} ou ρ_p par leurs valeurs données par les relations :

$$\rho_{is} = \frac{\frac{\gamma-1}{\gamma} \ln m}{m^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1} \rho_a$$

et :

$$\rho_p = \frac{\frac{\gamma-1}{\alpha} \left(m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right)}{\frac{\gamma-1}{\alpha} \left(m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)} \rho_a.$$

On voit que si l'on remplace dans (55) à la fois ρ_{is} et ρ_p par leurs valeurs indiquées ci-dessus, le rendement adiabatique ρ_a s'élimine et n'apparaît donc pas d'une façon explicite. Toute ois, dans la relation ainsi obtenue, qui n'est autre que (54), la valeur de ρ_a intervient implicitement, d'après (49), sous la forme :

$$\frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{\rho_a} m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\rho_a} \right)}{\ln m}.$$

Il est d'ailleurs possible d'établir une expression de $\eta_{\max}$ où le rendement ρ_a figure explicitement, indépendamment de son influence sur α . En effet, comme :

$$\rho_a = \frac{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1},$$

la relation (54) peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\rho_a \frac{\alpha-1}{\alpha} \ln m}{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}. \quad (54')$$

En remplaçant dans cette dernière relation $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ par sa valeur indiquée ci-dessus, on obtient une

expression donnant $\eta_{\max}$ sous forme de fonction explicite de m et de ρ_a :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\rho_a \ln \left(1 + \frac{1}{\rho_a} m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\rho_a} \right)}{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}. \quad (56)$$

Le gain $\eta_{\max}$ se trouve ainsi exprimé en fonction de deux variables, qui sont le rapport de compression m et le rendement adiabatique ρ_a du compresseur non refroidi. Cette expression montre que pour un rendement ρ_a donné, $\eta_{\max}$ augmente avec le rapport de compression m , ainsi que c'était d'ailleurs évident *a priori*. D'autre part, si, pour un rapport m donné, on fait varier le rendement ρ_a , on constate facilement que le gain $\eta_{\max}$ varie en sens inverse de cette grandeur. La même conclusion se dégage d'ailleurs de l'examen de l'expression (55), car plus les pertes d'énergie accompagnant la compression sont importantes, plus le rapport $\frac{\rho_{is}}{\rho_p}$ est faible et, par conséquent, plus le gain $\eta_{\max}$ est élevé. Or, en adoptant l'hypothèse de la constance de la perte due à l'irréversibilité, on aboutirait à une conclusion contraire : dans ce cas, en effet, $\eta_{\max}$ serait donné par la différence $\rho_p - \rho_{is}$, et cette différence varie en sens inverse du rendement du compresseur. Le gain dû à la réfrigération serait donc, conformément à cette conception, d'autant plus considérable que les pertes d'énergie sont plus faibles, et cette conclusion paradoxale vient s'ajouter à celle qui résulte de l'exemple numérique que nous avons étudié ci-dessus, pour ôter définitivement tout fondement à l'hypothèse de l'invariabilité de la perte résultant de l'irréversibilité de la transformation.

Grâce aux relations (54) ou (56), il est facile de représenter graphiquement la variation de $\eta_{\max}$, soit en fonction de m et de $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$, soit en fonction de m et de ρ_a . C'est le premier de ces deux modes de représentation que nous avons adopté pour le tracé de la figure 19 qui donne les valeurs de $\eta_{\max}$ pour un rapport de com-

pression variable de 1 à 10, et pour $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ variable de 0,29 à 0,6. On voit que le gain dû à la réfrigération atteint son minimum lorsque la compression du gaz n'est accompagnée d'aucune perte, c'est-à-dire lorsque le rendement adiabatique ρ_a du compresseur non refroidi est

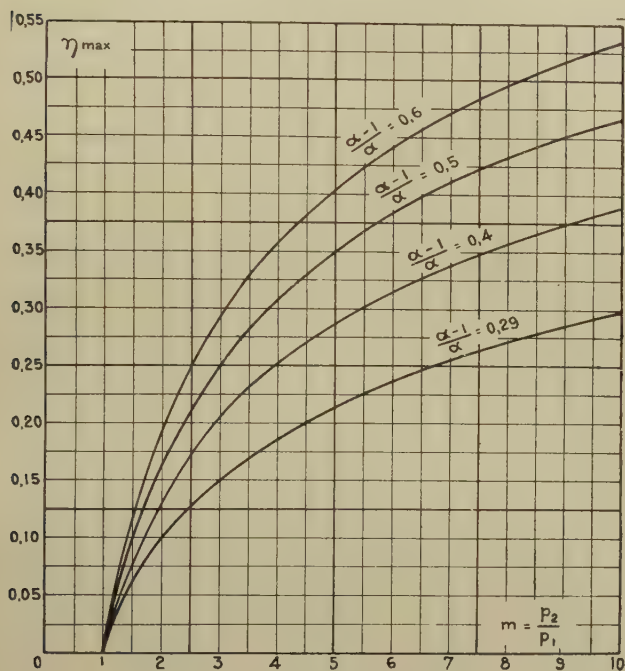


Fig. 19.

Gain maximum réalisable
au moyen d'une réfrigération continue.

égal à l'unité. Dans ce cas limite, le gain est donné par l'expression :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln m}{m^{\frac{1}{\gamma}} - 1}$$

ou, dans le cas envisagé :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{0,29 \ln m}{m^{0,29} - 1}.$$

Rappelons d'ailleurs que pour toute valeur de m , la relation entre $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ et le rendement adiabatique ϵ_a du compresseur non refroidi est donnée par les courbes de la figure 17.

Des relations analogues à celles que nous venons d'établir pourraient être obtenues facilement pour le cas où la réfrigération, tout en étant continue, ne serait pas parfaite, c'est-à-dire où la courbe de compression réalisée, au lieu de suivre l'isotherme AD de la figure 18, serait une polytropique telle que AE ou AF. Bien entendu, le gain dû à la réfrigération varie en sens inverse de l'exposant α' figurant dans l'équation de la courbe ainsi réalisée $pv^{\alpha'} = C^{\text{te}}$. Quelle que soit la valeur de cet exposant, la dépense d'énergie doit toujours être calculée en tenant compte de l'invariabilité du rendement polytropique ϵ_p qui conserve la même valeur qu'au cas où le compresseur fonctionne sans réfrigération. Quant à la quantité de chaleur emportée par l'eau de circulation des réfrigérants, elle pourra toujours être déterminée, à l'aide du diagramme entropique, d'après les considérations exposées au début de ce chapitre — à condition de déplacer le point C (fig. 18) de manière à satisfaire à la constance de ϵ_p . Ainsi, pour une réfrigération continue accomplie suivant la courbe AF, la dépense totale est représentée par l'aire D'DFAHH' définie par la relation :

$$\frac{D'DFAA'}{D'DFAHH'} = \frac{D'DCAA'}{D'DCC'} = \epsilon_p,$$

et comme l'échauffement du gaz comprimé absorbe l'énergie figurée par l'aire D'DFF', la chaleur cédée à l'eau est donnée par la différence : D'DFAHH' — D'DFF' = F'FAHH'. Il est évident que l'ordonnée du point H sur la courbe AC varie dans le même sens que l'exposant α' dans l'équation de la courbe AF figurant la compression envisagée.

Supposons maintenant qu'au lieu d'être muni d'un système de réfrigération continue, le compresseur soit desservi par un nombre fini de réfrigérants (n), divisant la transformation totale subie par le gaz en $(n + 1)$ phases et ramenant la température du fluide, à la fin de chacune d'elles, à sa valeur initiale T_1 . Chacune de ces phases est réalisée par une cellule ou un groupe de cellules du compresseur et, conformément aux considérations précédentes, ces différents groupes ont le même rendement polytropique φ_p . En vertu de la relation (53), l'égalité des rendements polytropiques entraîne celle des exposants α dans les équations des courbes représentant les différentes phases de la compression considérée. On démontre que, dans ces conditions, la dépense d'énergie pour un nombre de phases donné ($n + 1$) est réduite au minimum lorsque chacune d'elles réalise le même rapport de compression ; la valeur optimum de ce rapport est donc $m^{\frac{1}{n+1}}$, m étant le rapport de compression total de la machine $\left(m = \frac{p_2}{p_1}\right)$.

Nous avons déjà vu que dans ces conditions, le nombre des réfrigérants étant égal à l'unité, l'énergie absorbée par le compresseur s'exprime par :

$$2q' = 2CT_1(m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1),$$

de sorte que la diminution de la dépense d'énergie, due à la réfrigération, est, dans ce cas :

$$CT_1 \left[m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 2 \left(m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1 \right) \right] \text{ cal. par kg de gaz.}$$

En rapportant (ainsi que nous l'avions fait pour le cas d'une réfrigération continue) cette quantité d'énergie à celle qui serait absorbée par un compresseur non refroidi, et en désignant le gain ainsi défini par $\eta_{n=1}$, on obtient l'expression :

$$\eta_{n=1} = 1 - \frac{2 \left(m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1 \right)}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1} = \frac{m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1}{m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} + 1}.$$

D'une manière générale, pour un nombre de réfri-

gérants n , correspondant à $(n + 1)$ phases de compression, le gain d'énergie résultant de la réfrigération du gaz est donné par l'expression :

$$\eta = 1 - \frac{(n + 1) \left[m^{\frac{\alpha-1}{n+1}\alpha} - 1 \right]}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}. \quad (57)$$

Cette expression où le nombre n intervient doublement ne permet pas de déterminer rapidement la variation du gain η avec le nombre de réfrigérants ; elle ne montre donc pas, d'une façon suffisamment explicite, l'intérêt que peut présenter, dans chaque cas particulier, l'adjonction d'un appareil supplémentaire à une série de n réfrigérants traversés successivement par le gaz comprimé. D'autre part, comme le membre de droite de (57) contient trois variables indépendantes (m , n et α), la variation de η en fonction de ces grandeurs se prête difficilement à une représentation graphique. Pour toutes ces raisons, il est préférable d'utiliser, au lieu de la relation (57), une autre expression que nous allons établir conformément à notre méthode générale exposée au chapitre I ; cette expression, qui est pratiquement aussi précise que (57), sera plus facilement maniable que cette dernière et, de plus, fera mieux ressortir l'influence du nombre n sur le gain d'énergie résultant de la réfrigération.

Considérons, en effet, au lieu du gain η qui représente le rapport de la quantité d'énergie économisée grâce à la réfrigération, à celle qui est absorbée par un compresseur non refroidi, le gain relatif ν qui sera défini par :

$$\nu = \frac{\eta}{\eta_{\max}}$$

où η et $\eta_{\max}$ désignent respectivement le gain correspondant à un nombre de réfrigérants n et à une réfrigération continue ($n = \infty$). En reliant ν à n par une expression de la forme :

$$\nu = a - \frac{b}{c + n}$$

et en posant successivement : $n = 0$, $n = 1$ et $n = \infty$,

on obtient facilement une relation analogue à (29) :

$$v = 1 - \frac{1}{1 + n \frac{v_{n=1}}{1 - v_{n=1}}} \quad (58)$$

où $v_{n=1}$ est le gain relatif réalisable au moyen d'un seul réfrigérant. D'après les résultats obtenus précédemment, on peut démontrer que $v_{n=1}$ s'exprime par :

$$v_{n=1} = \frac{\left(m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1\right)^2}{m^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}} - 1 - \frac{\alpha-1}{\alpha} \ln m} \quad (59)$$

Il est facile de voir que, quelle que soit la valeur de α , le gain relatif $v_{n=1}$ tend vers 0,5 lorsque le rapport de compression m tend vers l'unité. Cette propriété résulte d'ailleurs clairement de l'examen de la figure 20 où nous avons représenté la variation de $v_{n=1}$ en fonction du rapport m pour différentes valeurs de $\frac{\alpha-1}{\alpha}$.

Il suffit donc d'introduire dans (58) la valeur de $v_{n=1}$ donnée directement par la figure 20, pour obtenir le gain relatif v correspondant au nombre de réfrigérants considéré. L'économie η due à la réfrigération résultera alors de la relation :

$$\eta = v\eta_{\max}$$

où $\eta_{\max}$ est donné, également en fonction de m et de $\frac{\alpha-1}{\alpha}$, par les courbes de la figure 19.

Quant au rendement isothermique ρ_{is} du compresseur muni de n réfrigérants, il sera donné par la relation :

$$\frac{\rho_{is}}{\rho_{is\max}} = \frac{1 - \eta_{\max}}{1 - \eta} = \frac{1 - \eta_{\max}}{1 - v\eta_{\max}},$$

$\rho_{is\max}$ étant le rendement isothermique du compresseur à réfrigération continue. Si l'on connaît le rendement adiabatique ρ_a qu'aurait le compresseur s'il

n'était pas refroidi, on peut en déduire facilement la valeur de $\rho_{is\max}$ à l'aide de la relation :

$$\rho_{is\max} = \frac{\rho_c}{1 - r_{\max}} \times \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln m}{m^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1} \quad (60)$$

de sorte que pour un nombre de réfrigérants n , corres-



Fig. 20.

Gain relatif réalisable au moyen d'un seul réfrigérant.

pondant à un gain relatif v , le rendement isothermique sera donné par :

$$\rho_{is} = \frac{\rho_c}{1 - v r_{\max}} \times \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln m}{m^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1} \quad (60')$$

ρ_c étant, comme précédemment, le rendement adiabatique du compresseur non refroidi.

Un exemple numérique permettra de vérifier immé-

diatement le degré de précision pouvant être obtenu à l'aide de la relation (58). Posons : $m = 10$, $\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0,29$, $n = 2$; en introduisant ces valeurs dans (59), on a :

$$v_{n=1} = 1 - \frac{2(10^{0,145} - 1)}{10^{0,29} - 1 - 0,29 \ln 10} = 0,5574$$

d'où, d'après (58) :

$$v_{n=2} = 1 - \frac{1}{1 + 2 \times \frac{0,5574}{1 - 0,5574}} = 0,716.$$

D'autre part, en calculant la valeur de $v_{n=2}$ directement, à l'aide des relations (54) et (57), on obtient :

$$\begin{aligned} v_{n=2} &= \frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 - (n+1) \left[m^{\frac{\alpha-1}{(n+1)\alpha}} - 1 \right]}{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \frac{\alpha-1}{\alpha} \ln m} \\ &= \frac{10^{0,29} - 1 - 3 \left(10^{\frac{0,29}{3}} - 1 \right)}{10^{0,29} - 0,29 \ln 10} = 0,716, \end{aligned}$$

valeur identique à celle que nous venons d'obtenir par la formule d'interpolation (58).

Cet exemple apporte donc une nouvelle preuve en faveur de la méthode que nous appliquons à l'étude des transformations thermodynamiques fractionnées, méthode qui simplifie considérablement les calculs numériques et facilite, en même temps, la représentation graphique de leurs résultats.

Bien entendu, des relations analogues à celles que nous avons établies dans ce chapitre pourraient être obtenues également pour le cas où la température du gaz à la sortie des réfrigérants serait supérieure (ou inférieure) à sa température initiale T_1 .

CHAPITRE VIII

LA COMPRESSION DE LA VAPEUR D'EAU AVEC OU SANS RÉFRIGÉRATION

Contrairement à ce que nous avons constaté dans l'étude de la détente de la vapeur d'eau (chap. III), la compression de ce fluide est généralement effectuée dans la zone où ses propriétés diffèrent peu de celles d'un gaz parfait; en effet, les pressions régnant au refoulement des compresseurs de vapeur sont incomparablement plus faibles que celles qu'on utilise pour l'alimentation des turbines motrices modernes, et, de plus, la compression est le plus souvent effectuée entièrement dans la zone de la vapeur surchauffée. D'autre part, tandis que les rapports de détente réalisés dans les turbines $\left(m = \frac{p_2}{p_1}\right)$ atteignent souvent des valeurs très faibles, les rapports de compression (définis de la même manière) sont généralement modérés, de sorte que les propriétés physiques de la vapeur subissent, entre l'aspiration et le refoulement du compresseur, des variations peu importantes. Parmi les grandeurs physiques caractérisant ces propriétés, celle qui nous intéresse pour l'étude de la compression est le rapport k des chaleurs spécifiques à pression constante C et à volume constant c : $k = \frac{C}{c}$; comme ce rapport reste pratiquement invariable depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la machine, on peut, sans commettre une erreur sensible, assimiler la vapeur d'eau traversant un turbo-compresseur à un gaz parfait.

Cette conclusion n'implique d'ailleurs nullement que le rapport k puisse être considéré comme constant quelles que soient les conditions de fonctionnement du compresseur. Bien au contraire, ainsi que nous l'avons vu au chapitre III, la valeur de $\frac{k-1}{k}$ varie, en fonction de la pression p_1 et de la température t_1 , suivant les

courbes de la figure 6, et ces courbes montrent que même dans la zone des pressions modérées, la variation de $\frac{k-1}{k}$ n'est pas négligeable. Mais, pour que la transfor-

mation subie par la vapeur dans un turbo-compresseur soit assimilable à celle d'un gaz parfait, il suffit que, pour des valeurs données de p_1 et de t_1 , le coefficient $\frac{k-1}{k}$ puisse être considéré comme invariable pendant

toute la durée de la transformation, et c'est cette simplification qui est rendue possible, grâce à la faible

valeur des pressions p_1 et des rapports $m = \frac{p_2}{p_1}$ qu'on rencontre habituellement dans le cas des compresseurs de vapeur d'eau.

Le plus souvent, la vapeur aspirée par le compresseur est saturée et sèche, de sorte que la courbe représentant dans le diagramme T/S la transformation réalisée est située entièrement à droite de la limite de saturation, seul son point de départ se trouvant à l'intersection de cette limite et de l'isobare p_1 . Or, les courbes de la figure 6, qui sont déduites de la relation (17'), ont été tracées précisément pour le cas d'une transformation réalisée dans la zone de la vapeur surchauffée et aboutissant à la limite de saturation ;

les valeurs de $\frac{k-1}{k}$ données par ces courbes pourront donc être utilisées sans aucune correction, au même

titre que la valeur de $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ caractérisant un gaz par-

fait. Par conséquent, pour déterminer les différentes grandeurs intervenant dans l'étude de la compression

de la vapeur, il suffit de remplacer l'exposant $\frac{\gamma-1}{\gamma}$

intervenant dans les relations (36) à (39) par les valeurs

de $\frac{k-1}{k}$ tirées, pour chaque cas particulier, de la

figure 6. On obtient ainsi, pour la température de la vapeur au refoulement :

$$T_2'' = T_1 m^{\frac{1}{\gamma'} \times \frac{k-1}{k}},$$

pour l'énergie absorbée au cas où le compresseur comporte un nombre infini de cellules :

$$q_{\max.} = CT_1 \left(m^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{k-1}{k}} - 1 \right),$$

pour le coefficient de réchauffage correspondant également à $n = \infty$:

$$\mu_{\max} = \frac{\rho' \left(m^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{m^{\frac{k-1}{k}} - 1}$$

et, enfin, pour le rendement minimum :

$$\rho_{\min} = \frac{m^{\frac{k-1}{k}} - 1}{m^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{k-1}{k}} - 1}.$$

Bien entendu, au cas où le nombre de cellules n n'est pas infini, le coefficient de réchauffage relatif ν et le rendement ρ sont donnés, de même que pour les gaz parfaits, respectivement par les expressions (15) et (40"). Quant à l'énergie absorbée par une compression effectuée au moyen de n cellules fonctionnant en série, elle sera exprimée, par analogie avec (42), comme suit :

$$\Sigma_1 q = \frac{n \mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1} \cdot CT_1 \left(m^{\frac{1}{\rho'} \times \frac{k-1}{k}} - 1 \right).$$

On voit que cette expression, ainsi que celle de $q_{\max.}$, contiennent la chaleur spécifique de la vapeur à pression constante C . Ces deux expressions ne peuvent donc être utilisées que lorsque le rapport de compression est suffisamment faible pour que les variations de la chaleur spécifique puissent être négligées ou, tout au moins, pour qu'on puisse, sans commettre une erreur notable, considérer la valeur moyenne de C entre les états initial et final de la vapeur comprimée. Par contre, lorsqu'il n'en est pas ainsi, et aussi lorsque

la vapeur, au lieu d'être saturée et sèche, se trouve à l'état de surchauffe dès l'aspiration du compresseur, on doit avoir recours, pour la détermination de $q_{\max}$ et de $\Sigma_1^n q$, à un artifice analogue à celui que nous avons utilisé dans l'étude de la détente de la vapeur surchauffée. Ces deux grandeurs seront donc obtenues, non pas en appliquant directement les expressions établies ci-dessus, mais en multipliant le coefficient de réchauffage respectif ($\mu_{\max}$ ou μ) par l'énergie q_a correspondant à une compression adiabatique, la valeur de q_a étant déterminée à l'aide du diagramme entropique ou de Mollier. Ainsi que nous l'avons signalé au chapitre III, cette méthode de calcul non seulement présente l'avantage d'éliminer la chaleur spécifique C de la vapeur, mais permet aussi d'atténuer fortement l'influence que pourrait exercer, sur le

résultat obtenu, la variation de $\frac{k-1}{k}$ au cours de la transformation subie par le fluide. En effet, cette variation ne peut affecter (d'ailleurs, très faiblement) que la valeur du coefficient μ , et non celle de l'énergie q_a laquelle est déterminée en tenant compte implicitement de la variation de k , de sorte que les quantités d'énergie $q_{\max}$ et $\Sigma_1^n q$, obtenues à l'aide des relations :

$$q_{\max} = \mu_{\max} \times q_a$$

et :

$$\Sigma_1^n q = \mu \times q_a,$$

ne peuvent être que très peu différentes de celles qu'on trouverait en effectuant le calcul d'une manière rigoureuse.

Passons maintenant à l'étude de la compression de la vapeur d'eau saturée et humide, en admettant qu'au cours de cette transformation le fluide comprimé ne passe pas à l'état de surchauffe. Bien que ce cas ne se rencontre guère dans la pratique industrielle, l'intérêt de son étude n'est pas seulement d'ordre théorique ; en effet, la méthode de calcul que nous allons exposer est susceptible d'être appliquée, avec de légères modifications, à l'étude de la compression de vapeurs autres que celle d'eau, compression qui est réalisée dans certaines machines frigorifiques à « régime humide ».

D'ailleurs, il n'est pas impossible que le développement futur des machines frigorifiques fonctionnant avec de la vapeur d'eau conduise à envisager la compression de ce corps au-dessous de la limite de saturation, auquel cas les relations que nous allons établir seront immédiatement applicables.

De même que nous l'avons fait pour l'étude de la compression de la vapeur surchauffée, nous utiliserons dans le cas de la vapeur saturée une méthode de calcul analogue à celle que nous avons établie pour l'étude de la détente du même fluide. Comme nous admettons que depuis l'entrée jusqu'à la sortie du compresseur la vapeur se trouve constamment à l'état de saturation, son titre initial x_1 doit être inférieur à l'unité. L'état de la vapeur à l'aspiration du compresseur sera donc défini par la température T_1 et le titre x_1 ; dans le diagramme entropique (fig. 24), cet état est représenté par le point A. Quant au point figuratif de l'état final, il se trouve sur l'isotherme T_2 qui correspond à la pression d'ébullition p_2 , de même que l'isotherme T_1 correspond à la pression d'ébullition p_1 . Si la compression de la vapeur était adiabatique, l'état du fluide à la sortie de la machine serait donné par le point B ayant la même abscisse que le point initial A. Comme, en réalité, la compression du fluide est accompagnée de pertes d'énergie, son état final est représenté par le point C situé à droite du point B, et si, comme nous le supposons, le compresseur de vapeur comporte un nombre infini de cellules, la transformation réalisée suit une certaine courbe continue reliant les points A et C, courbe dont nous allons déterminer analytiquement l'équation. La connaissance de celle-ci est, en effet, indispensable pour la détermination du coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$ qui est défini par le rapport des aires ACDE et ABDE de la figure 24.

En un point quelconque F de la courbe AC, la compression réelle de la vapeur dans la cellule élémentaire correspondante est représentée par FG, et l'énergie dq absorbée par cette transformation est donnée par l'aire FGHI. Si S et s désignent respectivement l'entropie du fluide aux points F et I, on a la relation :

$$dq = (S - s) dT$$

où dT est l'élévation de température accompagnant la compression élémentaire considérée.

Dans l'étude de la détente de la vapeur saturée, nous avons simplifié l'expression de l'énergie élémentaire dq en négligeant la variation de la chaleur spécifique de l'eau et en admettant qu'elle est toujours égale à 1 cal/kg-degré. Pour tenir compte de l'erreur pouvant résulter de cette simplification, nous avons utilisé le

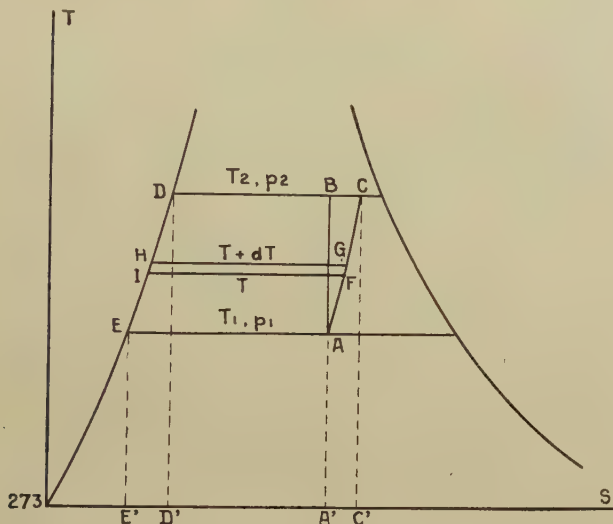


Fig. 24.

Compression de la vapeur d'eau saturée
dans une turbo-machine à nombre infini de cellules.

même artifice que dans le cas de la vapeur surchauffée : au lieu de calculer l'énergie totale dégagée au cours de la détente (aire ACDE de la fig. 7) en partant de l'équation de la courbe AC, nous avons déterminé la valeur de cette énergie en multipliant l'énergie adiabatique q_a par le coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$; comme dans l'expression de ce coefficient l'énergie réelle et celle adiabatique sont calculées avec la même valeur de la chaleur spécifique de l'eau, ce coefficient peut toujours être déterminé avec une précision très suffisante. Or, dans l'étude de la compression de la vapeur saturée, ce dernier artifice est même superflu : la transformation de la vapeur étant effectuée, dans ce cas, dans la zone

des températures faibles ou modérées où la chaleur spécifique de l'eau liquide est effectivement égale à l'unité, l'aire ACDE de la figure 21 peut être déterminée par un calcul direct, sans passer par la recherche préalable de μ_{mix} . Nous pouvons donc remplacer, dans l'expression de dq_s par $\ln \frac{T}{273}$ ce qui donne :

$$dq = \left(S - \ln \frac{T}{273} \right) dT.$$

Si la compression de la vapeur dans la cellule considérée était adiabatique, cette opération absorberait une quantité d'énergie donnée par :

$$\rho' dq = \rho' \left(S - \ln \frac{T}{273} \right) dT.$$

La différence entre les dépenses d'énergie réelle et adiabatique sert donc à compenser les pertes accompagnant la compression et a pour effet d'augmenter l'entropie de la vapeur. Cet accroissement élémentaire d'entropie s'exprime donc par :

$$dS = (1 - \rho') \frac{dq}{T}$$

d'où :

$$dq = \frac{TdS}{1 - \rho'}.$$

Les valeurs de la température et de l'entropie de la vapeur en un point quelconque de la courbe AC sont, par conséquent, reliées entre elles par l'équation différentielle :

$$\frac{TdS}{1 - \rho'} = \left(S - \ln \frac{T}{273} \right) dT$$

ou :

$$\frac{TdS}{1 - \rho'} - S = - \ln \frac{T}{273}.$$

En résolvant cette équation, on obtient la relation

suivante entre les grandeurs T et S caractérisant l'état de la vapeur dans une cellule quelconque du turbo-compresseur considéré :

$$S = \ln \frac{T}{273} + \frac{1}{1 - \rho'} + a (1 - \rho') T^{1-\rho'} \quad (61)$$

C'est cette relation entre T et S qui est l'équation cherchée de la courbe AC. On remarquera d'ailleurs que cette équation est analogue à celle (18) que nous avons obtenue en étudiant la détente de la vapeur d'eau saturée dans une turbine motrice à nombre infini de cellules. En ce qui concerne la constante a figurant dans (61), elle doit être déterminée de manière à satisfaire à l'entropie S_1 et à la température T_1 de la vapeur au point initial A. Cette constante résultera donc de la relation :

$$S_1 = \ln \frac{T_1}{273} + \frac{1}{1 - \rho'} + a (1 - \rho') T_1^{1-\rho'}$$

qui donne immédiatement :

$$a = \frac{S_1 - \ln \frac{T_1}{273} - \frac{1}{1 - \rho'}}{(1 - \rho') T_1^{1-\rho'}}$$

et comme, d'autre part :

$$S_1 = \ln \frac{T_1}{273} = \frac{r_1 x_1}{T_1},$$

on peut écrire :

$$a = \frac{\frac{r_1 x_1}{T_1} - \frac{1}{1 - \rho'}}{(1 - \rho') T_1^{1-\rho'}} = \frac{(1 - \rho') r_1 x_1 - T_1}{(1 - \rho')^2 T_1^{2-\rho'}}.$$

En tenant compte de cette expression de a , la relation (61) devient :

$$S = \ln \frac{T}{273} + \frac{1}{1 - \rho'} + \frac{(1 - \rho') r_1 x_1 - T_1}{(1 - \rho')^2 T_1^{2-\rho'}} T^{1-\rho'}. \quad (61')$$

La relation (61), ou son homologue (61'), permet

facilement de déterminer l'énergie $q_{\max}$ absorbée par la compression polytropique AC, supposée réversible. Cette énergie, qui est représentée par l'aire ACDE de la figure 21, sera obtenue en intégrant entre les deux états extrêmes de la vapeur (points A et C) l'énergie élémentaire dq dont l'expression peut facilement être établie en tenant compte de (61). Nous avons vu, en effet, qu'on peut écrire :

$$dq = \frac{T}{1 - \rho'} dS$$

où la valeur de dS s'exprime, conformément à (61), comme suit :

$$dS = \frac{dT}{T} + a(1 - \rho')^2 T^{-\rho'} dT.$$

L'énergie dq absorbée par une cellule élémentaire du compresseur où la vapeur subit une élévation de température dT est, par conséquent :

$$dq = \frac{dT}{1 - \rho'} + a(1 - \rho') T^{1-\rho'} dT.$$

Il suffit d'intégrer la valeur de dq ainsi exprimée entre les températures extrêmes T_1 et T_2 pour obtenir la quantité d'énergie totale $q_{\max}$ absorbée par la transformation AC (supposée réversible) ; on a ainsi :

$$q_{\max} = \frac{T_2 - T_1}{1 - \rho'} + a \frac{1 - \rho'}{2 - \rho'} (T_2^{2-\rho'} - T_1^{2-\rho'}). \quad (62)$$

Nous avons déjà signalé que la compression de la vapeur saturée ne devant être envisagée que dans la zone des basses températures, la valeur de $q_{\max}$ ainsi obtenue peut être utilisée sans correction, car la simplification introduite dans notre calcul $\left(s = \ln \frac{T}{273}\right)$ est, dans ce cas, suffisamment justifiée. Il en résulte que le coefficient de réchauffage maximum correspondant à une compression polytropique de la vapeur d'eau

saturée peut être déterminé directement par la relation :

$$\mu_{\max} = \frac{q_{\max}}{q_a}$$

où la valeur de $q_{\max}$ est donnée par (62), tandis que celle de q_a peut être relevée sur le diagramme de Mollier. Il est d'ailleurs facile d'établir pour $\mu_{\max}$ une autre expression évitant l'emploi de ce diagramme. A cet effet, il suffit de remplacer, dans l'expression précédente de $\mu_{\max}$, q_a par sa valeur obtenue par l'intégration suivante :

$$q_a = \int_{T_1}^{T_2} \left(S - \ln \frac{T}{273} \right) dT$$

où, par définition de la transformation adiabatique :

$$S = S_1 = C^{\text{te}}.$$

En effectuant l'intégration, on obtient :

$$q_a = S_1 (T_2 - T_1) - T_2 \left(\ln \frac{T_2}{273} - 1 \right) \\ + T_1 \left(\ln \frac{T_1}{273} - 1 \right),$$

et comme :

$$S_1 = \ln \frac{T_1}{273} + \frac{r_1 x_1}{T_1},$$

on a, finalement :

$$q_a = (T_2 - T_1) \left(1 + \frac{r_1 x_1}{T_1} \right) - T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (63)$$

En tenant compte de (62) et (63), le coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$ aura donc l'expression :

$$\mu_{\max} = \frac{\frac{T_2 - T_1}{1 - \rho'} + a \frac{1 - \rho'}{2 - \rho'} (T_2^{2-\rho'} - T_1^{2-\rho'})}{(T_2 - T_1) \left(1 + \frac{r_1 x_1}{T_1} \right) - T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}. \quad (64)$$

Contrairement au cas où la vapeur est soumise à

une détente dans une turbo-machine motrice, ici le titre initial x_1 ne doit jamais être pris égal à l'unité, car dans ce cas la compression aurait lieu à l'état de surchauffe et l'expression (63) cesserait d'être valable. Il est d'ailleurs évident que cette expression ne doit être utilisée que pour autant que la polytropique (AC, fig. 21) représentant la compression dans le diagramme T/S ne rencontre pas la limite de saturation, car si l'intersection des deux courbes a lieu, une partie de la transformation considérée est effectuée dans la zone de la vapeur surchauffée. Or, ainsi que nous l'avons vu, pour la polytropique AC, la relation entre S et T est donnée par (61) :

$$S = \ln \frac{T}{273} + \frac{1}{1 - \rho'} + a(1 - \rho') T^{1-\rho'},$$

tandis que pour la courbe de saturation, ces deux grandeurs sont liées par la relation :

$$S = \ln \frac{T}{273} + \frac{r}{T} = \ln \frac{T}{273} + \frac{82,8(T_c - T)^{\frac{1}{3}}}{T}.$$

Le point d'intersection des deux courbes est donc défini par son ordonnée T résultant de l'équation :

$$\frac{82,8(T_c - T)^{\frac{1}{3}}}{T} = \frac{1}{1 - \rho'} + a(1 - \rho') T^{1-\rho'}. \quad (65)$$

Rappelons que le coefficient a figurant dans cette relation ne dépend que de l'état initial de la vapeur (T_1 et x_1) et du rendement élémentaire ρ' .

Si la température T n'est pas trop élevée, on peut exprimer la chaleur de vaporisation r par une relation de forme linéaire :

$$r = A - BT$$

où les constantes A et B ont les valeurs suivantes (d'après les calculs de M. Jean Rey) :

$$A = 752,2, \quad B = 0,567.$$

La courbe de saturation peut donc s'exprimer, dans le diagramme T/S, par l'équation suivante :

$$S = \ln \frac{T}{273} + \frac{r}{T} = \ln \frac{T}{273} + \frac{752,2}{T} - 0,567,$$

de sorte que l'ordonnée T du point d'intersection de cette courbe avec la polytropique considérée résulte de l'égalité :

$$\frac{752,2}{T} - 0,567 = \frac{1}{1 - \rho'} + a(1 - \rho')T^{1-\rho'} \quad (65')$$

qui est d'un emploi plus commode que l'équation (65).

Il est évident que la vapeur reste, pendant la compression, constamment saturée ou passe à l'état de surchauffe, suivant que la température T résultant des équations (65) ou (65') est supérieure ou inférieure à T_2 qui est la température d'ébullition correspondant à la pression finale p_2 . Si $T = T_2$, la vapeur sortant du compresseur est saturée et sèche ($x_2 = 1$).

Aussi bien pour la vapeur saturée que pour la vapeur à l'état de surchauffe, la connaissance de $\mu_{\max}$ permet de déterminer facilement le coefficient de réchauffage μ correspondant à une compression effectuée au moyen d'un nombre fini (n) de cellules fonctionnant en série. En effet, quelle que soit la nature du fluide traversant la turbo-machine, et même quel que soit le sens de la transformation réalisée (compression ou détente), les coefficients μ et $\mu_{\max}$ sont toujours liés par la relation (14) :

$$\mu = \frac{n \mu_{\max}}{\mu_{\max} + n - 1}.$$

Il en résulte que le coefficient de réchauffage relatif ν est donné, comme précédemment, par l'expression (15) :

$$\nu = \frac{n - 1}{\mu_{\max} + n - 1}.$$

De même que dans le cas d'un gaz parfait, le rendement ρ d'un compresseur de vapeur comportant n

cellules fonctionnant chacune avec le rendement d'étage ρ' , est donc donné par la relation (40') :

$$\rho = \frac{\mu_{\max} + n - 1}{n \mu_{\max}} \rho'.$$

Nous avons vu au chapitre VI que, dans le cas d'un gaz parfait, le rendement ρ (ou, pour un nombre infini de cellules, $\rho_{\min}$) diminue à mesure qu'on se déplace sur la courbe de compression dans le sens des pressions croissantes, car le coefficient de réchauffage μ (ou $\mu_{\max}$) varie dans le même sens que le rapport m ; il est évident que cette constatation est valable aussi pour le cas où le fluide comprimé est une vapeur surchauffée ou saturée. De plus, contrairement à une cellule de turbine motrice, celle d'un compresseur de vapeur fonctionne avec une perte d'énergie qui, loin d'être localisée dans la section de sortie, accompagne la transformation depuis la pression d'entrée jusqu'à celle de sortie, de sorte qu'une telle cellule peut elle-même être considérée comme un assemblage de plusieurs éléments fonctionnant en série. Il en résulte que pour pouvoir appliquer la théorie de la similitude à l'étude des turbo-compresseurs de vapeur, on a intérêt à utiliser, de même que dans le cas des gaz parfaits, la notion de rendement polytropique, ce rendement pouvant toujours être déduit, soit *a priori*, du rendement d'étage ρ' , soit *a posteriori*, de l'état final du fluide comprimé. En particulier, si la vapeur se trouve à l'état de surchauffe, sa compression polytropique peut être représentée par une courbe ayant pour équation $pv^\alpha = C^\alpha$ où l'exposant α s'exprime de la même manière que dans le cas d'un gaz parfait (en remplaçant $\gamma = \frac{C}{c}$ par k), de sorte que, par analogie avec (53), on peut écrire :

$$\rho_p = \frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{\alpha-1}{\alpha}}.$$

Ainsi que nous l'avons vu au chapitre précédent, en plus de l'intérêt qu'il présente au point de vue de

la théorie de la similitude, l'emploi du rendement polytropique facilite notablement l'étude de la compression accompagnée d'une réfrigération du fluide traité. En effet, quels que soient, d'une part, la nature du fluide comprimé, et d'autre part, le degré de fractionnement de la réfrigération, l'énergie absorbée par le compresseur sera toujours déterminée en appliquant à la transformation réalisée, supposée réversible, le même rendement polytropique qu'au cas où la transformation est effectuée au moyen d'un compresseur non refroidi. Toutefois, l'application de la réfrigération à la compression de la vapeur d'eau présente certaines particularités qui ont pour effet de réduire l'économie résultant de ce procédé, en comparaison avec celle qu'on peut obtenir lorsque le fluide comprimé est un gaz parfait.

Tout d'abord, si la vapeur traversant un compresseur non refroidi se trouve à l'état de saturation, on ne peut pas songer à munir cette machine d'un dispositif de réfrigération, car un tel dispositif, tout en réduisant la quantité d'énergie absorbée, conduirait à la condensation d'une partie de la vapeur traitée et, par conséquent, à une diminution de l'effet utile du compresseur (bien entendu, ce raisonnement n'est valable que si l'effet utile consiste à produire une certaine quantité de vapeur à la pression p_2). D'autre part, si la vapeur est aspirée par le compresseur à l'état de surchauffe, il peut arriver que l'élévation de température au cours de la compression soit indispensable pour permettre l'utilisation de la vapeur sortant de la machine, ce qui interdit l'emploi d'un dispositif de réfrigération du fluide comprimé; c'est le cas, par exemple, de certains procédés de fabrication de combustibles agglomérés. Lorsqu'il n'en est pas ainsi, la réfrigération de la vapeur au cours de la compression peut être réalisée de la même manière que dans le cas d'un gaz parfait; le maximum d'économie sera donc obtenu au moyen d'une réfrigération continue ayant pour effet de maintenir la température de la vapeur à une valeur constante depuis l'aspiration jusqu'au refoulement du compresseur. Toutefois, l'emploi d'une telle réfrigération se trouve limité par la condition que l'isotherme T_1 représentant, dans le diagramme T/S , la transformation subie par la vapeur doit rencontrer la limite de saturation à gauche du point figurant l'état final de la vapeur comprimée. Si cette condition est satisfaite,

le gain dû à la réfrigération peut être calculé facilement à l'aide de relations analogues à celles que nous avons établies au chapitre précédent.

Nous avons déjà signalé que la vapeur aspirée par le compresseur est généralement saturée et sèche ; ce cas, qui est le plus fréquent, est aussi le seul où la réfrigération de la vapeur puisse réellement être envisagée. Supposons (ainsi que nous l'avons fait également dans l'étude de la réfrigération d'un gaz parfait) que l'abaissement de température du fluide comprimé soit effectué au moyen d'un certain nombre n d'échangeurs de chaleur à surface, fonctionnant à des pressions judicieusement choisies s'échelonnant entre p_1 et p_2 . Si le nombre n est infini, la transformation réalisée sera représentée, dans le diagramme entropique, par une courbe continue ; mais, comme nous admettons que la vapeur se trouve à l'entrée du compresseur à l'état de saturation, la transformation subie par ce fluide ne peut pas être effectuée suivant l'isotherme T_1 , car celle-ci se confond, à gauche de la limite de saturation, avec l'isobare p_1 . D'autre part, même si la température de la vapeur croît depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la machine, ce qui rend la compression réalisable, une réfrigération trop énergique conduirait à une condensation partielle de la vapeur comprimée et irait ainsi à l'encontre du but poursuivi. La réfrigération de la vapeur doit donc être réglée de manière à laisser constamment le fluide comprimé à l'état sec, et pour que cette condition soit réalisée, il est nécessaire et suffisant que le point figuratif de l'état de la vapeur ne se trouve jamais à gauche de la courbe de saturation. C'est donc cette courbe limite qui représente la transformation subie par la vapeur dont la compression est accompagnée d'une réfrigération continue et parfaite ; par conséquent, c'est la courbe de saturation qui joue, dans le cas considéré, le même rôle que l'isotherme T_1 dans le cas où le fluide comprimé est un gaz parfait.

Représentons la transformation ainsi réalisée dans le diagramme entropique (fig. 22). La vapeur aspirée par le compresseur étant saturée et sèche à la pression p_1 , son état initial est figuré par le point A. La compression adiabatique de la vapeur jusqu'à la pression finale p_2 est représentée par AB, et sa compression réelle, dans une machine non refroidie, par AC. L'énergie absorbée par cette dernière machine est

donnée par la différence entre les enthalpies de la vapeur aux points extrêmes C et A, et cette différence est représentée par l'aire EDFCC'A'A. Si la transformation AC était réversible, l'énergie absorbée serait donnée par

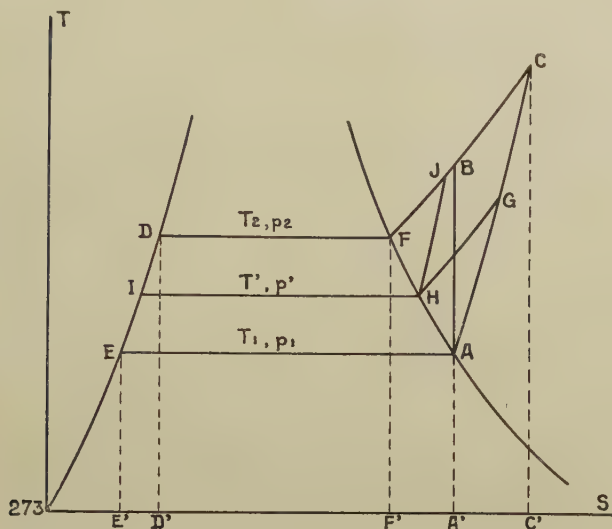


Fig. 22.

Compression de la vapeur d'eau
accompagnée d'une réfrigération,

l'aire EDFCA, de sorte que le rendement polytropique du compresseur est :

$$\rho_p = \frac{\text{EDFCA}}{\text{EDFCC'A'A}},$$

tandis que son rendement adiabatique s'exprime par :

$$\rho_a = \frac{\text{EDFBA}}{\text{EDFCC'A'A}}.$$

Supposons maintenant que le compresseur soit muni d'un dispositif de réfrigération continue, établi de manière à maintenir la vapeur, au cours de la com-

pression, à l'état de saturation, son titre étant toujours égal à l'unité. Dans ce cas, la transformation réalisée est représentée par la portion AF de la limite de saturation, comprise entre les isobares p_1 et p_2 . Si cette transformation était réversible, elle absorberait la quantité d'énergie figurée par le trapèze curviligne EDFA ; comme, en réalité, la compression AF est réalisée avec le même rendement polytropique que la compression AC, on voit que le gain $\eta_{\max}$ dû à la réfrigération est donné par le rapport :

$$\mu_{\max} = \frac{\text{EDFCA} - \text{EDFA}}{\text{EDFCA}} = \frac{\text{ACF}}{\text{EDFCA}}.$$

Il est d'ailleurs facile d'exprimer chacun des termes de ce rapport en fonction des données caractérisant le fonctionnement du compresseur. En effet, par analogie avec le cas d'un gaz parfait, l'énergie q_p représentée par EDFCA a pour expression :

$$q_p = R_m T_1 \frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$$

avec :

$$\frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\frac{k-1}{k}}{\rho_p},$$

les grandeurs R_m et $\frac{k-1}{k}$ étant données respectivement par les figures 5 et 6.

Quant à l'énergie qui est représentée par l'aire du trapèze EDFA et que nous désignerons $q_{\min}$, elle est donnée par :

$$q_{\min} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{r}{T} dT,$$

T_2 étant la température de saturation qui correspond à la pression finale p_2 .

En exprimant la variation de la chaleur de vapo-

risation r avec la température T par la relation linéaire indiquée précédemment :

$$r = 752,2 - 0,567T,$$

on obtient :

$$q_{\min} = 752,2 \ln \frac{T_2}{T_1} - 0,567(T_2 - T_1) \quad (66)$$

Il en résulte que le gain maximum résultant de la réfrigération peut s'exprimer par :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{q_{\min}}{q_p} = 1 - \frac{752,2 \ln \frac{T_2}{T_1} - 0,567(T_2 - T_1)}{R_m T_1 \frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{\alpha - 1}} \quad (67)$$

Cette expression de $\eta_{\max}$, valable pour la compression de la vapeur d'eau saturée et sèche, est donc l'homologue de l'expression (54) établie au chapitre précédent pour la compression d'un gaz parfait. Pour obtenir la quantité d'énergie absorbée par la compression AF, il suffit de diviser $q_{\min}$, donnée par (66), par le rendement polytropique ρ_p dont la valeur a été indiquée précédemment.

Passons maintenant au cas où la réfrigération du compresseur, au lieu d'être continue, est réalisée au moyen d'un nombre fini de réfrigérants (n) fonctionnant aux pressions $p', p'' \dots p^{(n)}$; nous supposons que ces réfrigérants ramènent la vapeur aux températures de saturation $T', T'' \dots T^{(n)}$ correspondant respectivement aux pressions $p', p'' \dots p^{(n)}$. Contrairement à ce que nous avons admis pour le cas d'un gaz parfait, ici le fluide comprimé n'est donc pas ramené, à la sortie de chaque réfrigérant, à sa température initiale T_1 . De plus, dans les différentes phases de la com-

pression, l'exposant k figurant dans l'équation : $pv^k = C^{te}$ ne conserve pas une valeur rigoureusement invariable. Pour ces deux raisons, les rapports de compression optima des différentes phases ne sont pas égaux entre eux et ne peuvent pas être fixés à la valeur

commune $m^{\frac{1}{n+1}}$ qui est valable pour la réfrigération fractionnée d'un gaz parfait. Pour tout nombre de réfrigérants n , on a donc à déterminer, en plus du gain réalisé η , les n pressions optima auxquelles doit être effectuée la réfrigération de la vapeur; nous allons montrer que, grâce à notre méthode générale, ces deux problèmes peuvent être résolus très facilement, quelle que soit la valeur du nombre n .

Pour atteindre ce but, il suffit de déterminer la valeur optimum de la pression p' pour le cas où le compresseur ne comporte qu'un seul réfrigérant ($n = 1$). La recherche de cette grandeur peut être effectuée très rapidement en adoptant successivement plusieurs valeurs de p' et en calculant pour chacune d'elles le gain d'énergie correspondant; celui-ci sera obtenu en comparant à l'énergie absorbée par le compresseur non refroidi celle qui est dépensée pour l'entraînement de la machine à réfrigérant intermédiaire. Comme la réfrigération laisse inchangé le rendement polytropique du compresseur, cette comparaison peut être effectuée en considérant les différentes transformations comme réversibles, c'est-à-dire en n'envisageant que les énergies polytropiques absorbées dans les différents cas.

Nous avons déjà vu que pour le compresseur non refroidi cette énergie, qui est représentée par l'aire EDFCA, s'exprime par :

$$q_p = R_m T_1 \frac{m^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{\frac{\alpha-1}{\alpha}}.$$

De la même manière, si, par suite de la présence d'un réfrigérant intermédiaire, la compression est divisée en deux phases, les quantités d'énergie absorbées par chacune d'elles, qui sont représentées par les

aires EIHGA et IDFJH de la figure 22, s'expriment comme suit :

$$q'_p = R'_m T_1 \frac{m'^{\frac{\alpha'-1}{\alpha'}} - 1}{\frac{\alpha' - 1}{\alpha'}}$$

et :

$$q''_p = R''_m T' \frac{m''^{\frac{\alpha''-1}{\alpha''}} - 1}{\frac{\alpha'' - 1}{\alpha''}}.$$

Dans ces expressions, m' et m'' sont les rapports de compression réalisés respectivement par le premier et le deuxième groupe de cellules, savoir :

$$m' = \frac{p'}{p} \quad \text{et} \quad m'' = \frac{p_2}{p'}.$$

Quant aux grandeurs R'_m , R''_m , α' et α'' , elles doivent être déterminées à l'aide des figures 5 et 6, en tenant compte des conditions de fonctionnement de chacun des deux groupes de cellules du compresseur et en utilisant la relation :

$$\frac{\frac{k' - 1}{k'}}{\frac{\alpha' - 1}{\alpha'}} = \frac{\frac{k'' - 1}{k''}}{\frac{\alpha'' - 1}{\alpha''}} = \frac{\frac{k - 1}{k}}{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} = \varphi_p.$$

Pour toute valeur de p' , on obtient ainsi des valeurs déterminées pour les quantités d'énergie q'_p et q''_p dont la somme, divisée par le rendement φ_p , est l'énergie totale absorbée par le compresseur. En traçant une courbe représentant la variation de cette énergie avec la pression intermédiaire p' , on obtient à la fois la valeur optimum de cette pression ($p'_{n=1}$) et la valeur minimum de $\frac{q'_p + q''_p}{\varphi_p}$ qui permet de déter-

miner le gain η_{n-1} susceptible d'être réalisé au moyen d'un seul réfrigérant :

$$\eta_{n-1} = 1 - \frac{q'_p + q''_p}{q_p}.$$

Dès lors, pour trouver la valeur optimum de la pression p' correspondant à un nombre n quelconque, il suffit d'utiliser une formule d'interpolation analogue à celles que nous avons établies au chapitre IV, consacré à l'étude des cycles moteurs de la vapeur d'eau. Cette formule sera obtenue en tenant compte des relations suivantes :

$$\text{pour } n = 1, p' = p_{n-1},$$

$$\text{pour } n = 0, p' = p_2,$$

et, enfin :

$$\text{pour } n = \infty, p' = p_1.$$

Il est facile de voir que ces trois conditions seront satisfaites en posant :

$$p' = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{1 + n \frac{p_2 - p_{n-1}}{p_{n-1} - p_1}}.$$

Comme, pour les mêmes valeurs de n , la pression optimum du dernier réfrigérant $p^{(n)}$ est, respectivement : $p^{(n)} = p_{n-1}$, $p^{(n)} = p_1$ et $p^{(n)} = p_2$, on peut écrire d'une manière analogue :

$$p^{(n)} = p_2 - \frac{p_2 - p_1}{1 + n \frac{p_{n-1} - p_1}{p_2 - p_{n-1}}}.$$

Enfin, si nous prenons un réfrigérant quelconque d'ordre k d'une installation comportant n appareils placés en série, sa pression de fonctionnement opti-

mun $p^{(k)}$ sera donnée par l'expression générale :

$$p^{(k)} = p_1 + \frac{\Phi(k) - p_1}{1 - (n - k) \frac{p_2 - \Phi(k)}{p_2 - p_1}} \quad (68)$$

où $\Phi(k)$ est la pression optimum du dernier appareil d'une série de k réfrigérants, soit :

$$\Phi(k) = p_2 - \frac{p_2 - p_1}{1 - k \frac{p_{n-1} - p_1}{p_2 - p_{n-1}}}.$$

On remarquera l'analogie entre l'expression (68) et celles (27) et (33) établies respectivement pour le cycle à réchauffage de l'eau condensée et pour le cycle à resurchauffe.

En ce qui concerne le gain η dû à la réfrigération de la vapeur, il sera donné, de même que dans le cas d'un gaz parfait, par la considération du gain relatif v donné par l'expression (58) :

$$v = 1 - \frac{1}{1 + n \frac{v_{n-1}}{1 - v_{n-1}}}$$

où :

$$v_{k+1} = \frac{\eta_{n-1}}{\eta_{max}}.$$

Signalons que la réfrigération de la vapeur au cours de la compression peut être réalisée également au moyen d'une injection d'eau dont la vaporisation (et, éventuellement, l'élévation de température) absorbe la chaleur de surchauffe de la vapeur. Dans ce cas, la méthode de calcul que nous venons d'exposer reste encore applicable, mais les relations établies doivent être corrigées pour tenir compte de l'accroissement du débit dû à la vaporisation, accroissement qui dépend de la température initiale de l'eau injectée.

CHAPITRE IX

LA DÉFINITION GÉNÉRALE DU RENDEMENT DES TURBO-MACHINES

Les considérations que nous avons exposées au chapitre V montrent suffisamment combien il serait vain de chercher à établir une formule générale exprimant d'une manière univoque le rendement de toutes les turbo-machines motrices et réceptrices. En effet, même en se limitant à la première de ces deux catégories de machines, on constate que la définition du rendement n'est pas la même suivant que le fluide moteur est rejeté définitivement à la sortie de la turbine, ou qu'il trouve en dehors de celle-ci une nouvelle utilisation. Dans ce dernier cas, on doit encore, ainsi que nous l'avons vu, tenir compte du mode d'utilisation (thermodynamique ou calorifique) du fluide, ainsi que des conditions particulières dans lesquelles cette utilisation est réalisée. Il est facile de voir qu'un raisonnement analogue pourrait s'appliquer aussi aux machines réceptrices, de sorte qu'une expression générale du rendement des turbo-machines, englobant les innombrables cas particuliers pouvant se rencontrer dans l'industrie, ne serait d'aucune utilité, car chacun de ses termes nécessiterait, à son tour, une formule de définition sans laquelle il ne serait qu'un symbole vide de sens.

Mais si, par suite de l'extrême complexité de la notion de rendement, celui-ci ne peut pas être exprimé par une formule générale susceptible d'être appliquée directement à tous les cas particuliers, il n'en est pas moins vrai que les définitions valables pour chacun de ceux-ci doivent toutes être fondées sur les mêmes principes généraux. Il serait, en effet, inadmissible que les différentes définitions particulières de la même notion ne pussent pas être ramenées à un certain nombre de principes fondamentaux. Mais la possibilité de faire découler ces définitions des mêmes principes n'est pas seulement un postulat de l'esprit, car

elle seule permet de rendre les différents rendements particuliers comparables entre eux ; or, s'il est vrai que le rendement en général est un rapport entre une quantité réelle et une quantité idéale, l'intérêt pratique de cette notion consiste précisément dans la possibilité qu'elle offre de comparer différentes quantités réelles entre elles. C'est donc à l'exposé de ces principes fondamentaux que nous consacrons ce chapitre ; nous indiquerons d'ailleurs, au cours de cet exposé, comment ces principes doivent être appliqués dans les différents cas particuliers que nous avons étudiés dans ce travail.

D'une manière générale, le rendement d'une opération énergétique peut être exprimé comme suit :

$$\text{Rendement} = \frac{\text{Effet utile}}{\text{Energie dépensée}}.$$

Bien entendu, les termes figurant dans le deuxième membre de cette égalité doivent être exprimés dans les mêmes unités et, de plus, ils doivent correspondre à la même quantité de matière (p. ex., 1 kg).

Dans le cas le plus simple, l'effet utile formant le numérateur du deuxième membre est celui qui serait fourni par une machine fonctionnant sans pertes et réalisant, par conséquent, un cycle thermique idéal ; quant au dénominateur, il représente, évidemment, la dépense d'énergie correspondant à la réalisation du même cycle. Le rapport de ces deux quantités exprime donc, dans ce cas, le rendement propre du cycle considéré, étant admis que ce cycle est réalisé au moyen d'une machine parfaite :

$$R = \frac{\text{Effet utile idéal}}{\text{Énergie dépensée}}.$$

Ainsi, s'il s'agit d'une machine motrice, le rendement de son cycle s'exprime par :

$$R = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

s'il s'agit d'un cycle de Carnot, par :

$$R = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - i_2}.$$

si le cycle idéal est celui de Rankine, etc.

Au lieu de comparer l'effet utile du cycle idéal à la dépense d'énergie correspondante, on peut, au contraire, prendre cet effet idéal pour base et lui comparer celui du cycle réel qu'on obtient en tenant compte des pertes d'énergie dans la machine. Le rapport de ces deux quantités forme le rendement propre de la machine :

$$\rho = \frac{\text{Effet utile réel}}{\text{Effet utile idéal}}.$$

Lorsqu'il s'agit d'une machine motrice, le rendement ρ ainsi défini s'appelle généralement « rendement thermodynamique ». On voit que l'expression de cette grandeur s'obtient en faisant abstraction du rendement R du cycle idéal, ce qui revient à poser : $R = 1$. Contrairement à la définition de ce dernier rendement, dans celle du rendement ρ , ce n'est pas l'énergie dépensée qui sert de base de comparaison, mais celle qui serait fournie par une machine parfaite, fonctionnant sans pertes. Si, par contre, on désire comparer l'effet utile réel à la dépense d'énergie, c'est-à-dire si l'on veut tenir compte à la fois de l'utilisation incomplète de l'énergie dans le cycle idéal, et des imperfections de la machine réelle, on obtiendra le résultat cherché en multipliant le rendement du cycle R par celui de la machine ρ . Le produit ainsi obtenu :

$$\mathcal{R} = \rho R = \frac{\text{Effet utile réel}}{\text{Energie dépensée}}$$

est le rendement du cycle réel, ou le rendement global de la turbo-machine. Dans le cas d'une machine motrice, le rendement $\mathcal{R}$ correspondant à cette définition s'appelle souvent « rendement thermique » de la machine. Par analogie, la grandeur R qu'on obtient en posant, dans l'expression de R , $\rho = 1$, peut être nommée le rendement thermique du cycle idéal.

Arrêtons-nous sur les deux termes formant la fraction qui exprime le rendement ρ et examinons quel sens physique on doit attribuer à chacun d'eux. Tout d'abord, on remarquera qu'aussi bien le numérateur que le dénominateur de cette fraction s'expriment, non

pas par une certaine quantité d'énergie ou de matière, mais par un certain « effet utile », réel ou idéal ; sous cette forme générale, l'expression du rendement ρ s'applique facilement à tous les cas pouvant se rencontrer aussi bien dans le domaine des machines motrices que dans celui des machines réceptrices. Ainsi, lorsqu'il s'agit d'une turbine à vapeur ou à gaz, l'effet utile est l'énergie fournie par la détente d'un kilogramme de fluide moteur, et la valeur du rendement de la machine s'obtiendra en divisant l'énergie fournie par la machine réelle par celle qui serait développée par une machine parfaite. Dans le cas d'un compresseur, cette définition du rendement reste encore applicable, à condition de prendre pour base, au lieu d'une unité de matière, une unité d'énergie, et de considérer comme effet utile, idéal ou réel, la masse de fluide comprimée à l'aide, par exemple, d'une calorie. La notion d'« effet utile » englobe donc bien ces deux conceptions différentes du rendement ρ .

Qu'il s'agisse d'une turbine ou d'un compresseur, on doit distinguer entre le cas où l'on considère comme effet utile celui qui est obtenu dans la machine même (par exemple, l'énergie mécanique développée sur l'arbre d'une machine motrice), et celui où l'on tient compte également de l'effet utile fourni par le fluide en dehors de la machine ; bien entendu, cette distinction s'applique aussi bien à la machine idéale qu'à la machine réelle, et c'est l'accroissement de l'énergie utilisable, dû aux pertes se produisant dans cette dernière machine, qui introduit un élément nouveau dans la définition du rendement. Nous ne nous arrêterons pas ici sur cet aspect de la question que nous avons examiné en détail au chapitre V.

L'effet utile fourni par la machine réelle étant ainsi bien défini, il importe de préciser le sens de la grandeur qui forme le dénominateur de la fraction exprimant le rendement ρ ; ce sont, en effet, les divergences dans l'interprétation de cette grandeur qui ont créé la confusion qui existe actuellement dans la définition du rendement des turbo-machines. Il aurait, pourtant, été possible d'éviter cette confusion et de donner à la définition du rendement un sens bien précis, à condition de ne jamais perdre de vue que cette définition comporte un terme *idéal*, donc indépendant de la transformation effectuée dans la machine réelle. C'est à ce point de vue que nous nous sommes placés dans une note que nous

avons fait paraître, il y a quelques années, dans la revue *Chaleur et Industrie* (1).

Bien que dans cette note nous n'ayons eu en vue que le rendement des turbines à vapeur, il est évident que les considérations que nous y avons exposées s'appliquent également à la définition du rendement des turbo-machines réceptrices. Dans tous les cas, en effet, l'indépendance de la grandeur idéale à l'égard de la grandeur réelle est absolument indispensable pour que le mot « rendement » puisse avoir un sens bien précis. Or, bien que cette condition primordiale semble évidente et indiscutable, elle a été, ainsi que nous allons le montrer, souvent méconnue, et ceci aussi bien dans la définition du rendement des turbo-machines motrices que dans celle du rendement des turbo-compresseurs.

Nous avons montré au chapitre V dans quels cas et de quelle manière l'accroissement d'énergie utilisable dû aux pertes ayant lieu dans une turbine réelle affecte le rendement de celle-ci. Dans l'expression (34) que nous avons établie, l'accroissement, dû aux pertes, de la quantité d'énergie utilisée à l'aval de la turbine vient s'ajouter à l'énergie utile fournie sur l'arbre même de cette machine, ce qui a pour effet d'atténuer l'effet des imperfections de celle-ci ; mais, quel que soit le degré de cette imperfection, et, par conséquent, quelle que soit la valeur de l'accroissement d'énergie utilisable, la grandeur idéale figurant au dénominateur de l'expression du rendement n'en est pas affectée, cette grandeur restant toujours invariable. Or, d'après l'une des plus récentes définitions du rendement

(1) « Au sujet de la définition du rendement des turbines à vapeur » *Chaleur et Industrie*, février 1935 (p. 83 à 87). Nous nous permettons de reproduire ici le passage suivant de cet article :

« Qu'est-ce que le rendement ? C'est, d'une manière générale, le rapport entre deux grandeurs physiques, l'une idéale et l'autre réelle ; c'est ce rapport qui caractérise le degré de perfection d'une machine et permet de déterminer la limite des améliorations pouvant lui être apportées. Pour que la notion de rendement satisfasse à ces conditions fondamentales et que sa valeur soit toujours claire et univoque, il est indispensable que sa définition soit basée sur une connaissance précise de la grandeur idéale, laquelle, en particulier, doit être rigoureusement indépendante de la grandeur réelle. Il paraît de toute évidence que les pertes se produisant dans la machine réelle ne doivent affecter que la grandeur (travail par unité de poids de vapeur) relative à cette machine imparfaite, et non celle correspondant à la machine idéale, qui présente, par rapport à la première, une limite non seulement inaccessible, mais aussi immuable. »

des turbines (1), l'accroissement d'énergie utilisable, au lieu de s'ajouter à l'effet utile de la machine réelle, devrait, au contraire, être retranché de l'effet utile de la machine idéale : conformément à cette conception, le rendement propre de la machine réelle influence donc non seulement l'effet utile de cette machine, mais aussi celui de la machine idéale, de sorte que l'effet utile réel ne peut être comparé à aucune grandeur fixe, et la définition du rendement se trouve privée de toute base immuable. Ajoutons que selon cette définition, l'accroissement d'énergie utilisable est calculé d'après le théorème de Gouy et, de plus, cet accroissement doit intervenir dans l'évaluation du rendement dans tous les cas, c'est-à-dire même lorsque l'énergie disponible dans la vapeur d'échappement n'est pas destinée à être utilisée. Nous avons déjà exposé au chapitre V les critiques qu'appelle cette façon d'évaluer l'énergie utilisable, indépendamment de l'erreur que présente, à notre avis, l'introduction de cette grandeur dans le dénominateur (au lieu du numérateur) de la fraction exprimant le rendement.

Si nous passons maintenant aux turbo-machines réceptrices, nous constatons que dans ce domaine également il existe une définition du rendement qui fait varier la grandeur idéale non pas avec le cycle décrit par la machine réelle (ce qui serait normal), mais avec le degré d'imperfection de celle-ci. Selon cette conception, le rendement d'un compresseur de gaz ou de vapeur devrait être défini par le rapport de l'effet utile de la machine réelle à celui d'une machine parfaite qui réaliserait la même transformation, mais d'une manière réversible (2) ; cette définition n'est autre que celle du rendement polytropique. Nous avons montré au chapitre VI combien la notion de rendement polytropique est précieuse pour l'étude des turbo-compresseurs, car c'est elle qui fournit l'invariant permettant l'application de la théorie de la similitude ; de même, au chapitre VII, nous avons démontré que, contrairement à certaines théories, c'est la constance du rendement polytropique qui caractérise le fonctionne-

(1) Voir, par exemple, G. DARRIEUS : « *Définition du rendement thermodynamique des turbines à vapeur* » (R.G.E., du 21 juin 1930).

(2) Bien entendu, dans le cas d'une machine parfaite, la réalisation de cette transformation exige un échange de chaleur entre le fluide et une ou plusieurs sources extérieures.

ment des compresseurs refroidis, de sorte que c'est encore cette notion qui facilite considérablement l'étude de l'influence de la réfrigération sur la dépense d'énergie. Mais, ayant ainsi rappelé les services susceptibles d'être rendus, dans la théorie des turbo-compresseurs, par la notion de rendement polytropique, nous devons ajouter que l'utilité de cette notion se borne là, et que si l'emploi de ce rendement est bien commode pour l'étude des compresseurs, il doit être formellement proscrit pour l'appréciation de ces machines. En effet, l'emploi de cette notion dans ce dernier cas produit un effet exactement contraire à celui qu'on constate dans le premier : lorsqu'il s'agit de l'étude d'un compresseur, l'introduction du rendement polytropique fournit l'invariant qui est nécessaire pour comparer entre elles plusieurs machines semblables, ou pour passer d'un régime de fonctionnement donné à un régime différent ; mais si l'on utilise le même rendement pour apprécier la valeur d'un compresseur, on introduit, au contraire, dans cette appréciation un élément essentiellement variable, l'effet utile de la machine idéale étant, dans ce cas, influencé par le degré d'imperfection de la machine réelle. Par conséquent, si le rendement polytropique forme un auxiliaire précieux pour l'étude des turbo-compresseurs, on ne doit jamais — comme on est quelquefois tenté de le faire — lui faire jouer un rôle auquel il n'est nullement adapté et où il ne peut introduire que la confusion et l'équivoque.

On voit immédiatement que les deux définitions que nous venons d'examiner — l'une pour le rendement des turbines motrices, l'autre pour celui des compresseurs — présentent entre elles une grande analogie. Dans les deux cas, en effet, on suppose que le fluide traversant la machine idéale subit (mais d'une manière réversible) la même transformation que celle qui est effectuée dans la machine réelle, et c'est l'effet utile de la machine idéale ainsi définie qu'on introduit dans l'expression du rendement. C'est cette conception du fonctionnement de la machine idéale qui conduit à évaluer le rendement d'une turbine motrice en amputant l'énergie fournie par la turbine parfaite d'une certaine quantité qui, au fond, doit être considérée comme arbitraire. De même, c'est cette conception qui fait subir au fluide traversant un turbo-compresseur idéal une transformation qui souvent n'a qu'un rapport lointain avec celle qui aurait lieu dans une machine

réellement parfaite, et on diminue ainsi artificiellement l'effet utile de cette dernière. Aussi bien dans le cas d'une turbine que dans celui d'un compresseur, on fait donc participer la machine idéale aux imperfections de la machine réelle et on augmente ainsi la valeur *apparente* de cette dernière, sans que cet artifice exerce la moindre influence sur l'effet utile qu'elle fournit.

En analysant les conceptions qui ont servi de base à ces deux définitions de rendement, on constate qu'elles contiennent toutes les deux la même erreur fondamentale : elles ajoutent aux données du problème un élément extérieur qui, loin d'être impliqué dans ces données, est fourni, au contraire, par la solution donnée au problème considéré ; on peut même dire que cet élément supplémentaire résulte des imperfections mêmes de cette solution. En effet, d'une manière générale, les données du problème comportent les deux pressions extrêmes et la température initiale du cycle à réaliser, et non sa température finale ; or, les deux définitions envisagées conduisent à calculer le rendement comme si cette température finale (telle qu'elle est relevée à la sortie de la machine réelle) était imposée d'avance, ce qui manifestement est contraire à la réalité.

On ne doit donc jamais introduire dans la définition du rendement un élément quelconque qui ne fasse pas partie des données définissant le problème à résoudre. Mais, par contre, la définition du rendement serait tout aussi inacceptable si elle ne tenait pas compte de *toutes* les données, ou si elle n'en tenait compte que d'une façon incomplète. Supposons, par exemple, qu'un turbo-compresseur fonctionnant avec une pression p_1 et une température T_1 à l'aspiration doive être prévu pour réaliser au refoulement non seulement la pression p_2 , mais aussi une température T_2 bien définie d'avance. Dans ce cas — et dans ce cas seulement — on doit admettre que le fluide aspiré par le compresseur idéal subit, mais d'une manière réversible, la même transformation que celui qui est comprimé par la machine réelle ; théoriquement, cette transformation réversible peut toujours être réalisée au moyen d'un apport (positif ou négatif) d'une certaine quantité de chaleur fournie par une source extérieure. L'emploi du rendement polytropique pour l'appréciation de la valeur d'un compresseur ne se justifierait donc que dans ce cas particulier (qui, d'ailleurs, ne se rencontre

jamais dans la pratique), et non, comme on le prétend quelquefois, dans tous les cas où l'énergie du fluide comprimé est destinée à être utilisée, ni, *a fortiori*, dans tous les cas sans exception, même si la température finale du fluide comprimé est tout à fait indifférente.

Si, dans le cas exceptionnel que nous venons d'envisager, l'emploi du rendement polytropique se trouve justifié, cette justification résulte du fait que la fixation *a priori* de la température finale définit la nature du cycle devant être réalisé par la machine. Il en résulte que la nature du cycle thermique décrit par le fluide doit être considérée comme l'une des données du problème à résoudre et, par conséquent, doit intervenir dans la définition devant être adoptée pour le rendement de la machine. Cette intervention de la nature du cycle dans la définition du rendement peut se traduire par la formule suivante : la machine idéale doit être supposée fonctionner suivant le cycle thermique qui serait accompli par la machine réelle si celle-ci fonctionnait sans pertes. Ainsi se trouve justifié l'emploi, pour les compresseurs, soit du rendement adiabatique, soit du rendement isothermique : si la machine n'est pas munie d'un dispositif de réfrigération, l'absence de toute perte d'énergie conduirait à la réalisation d'une compression adiabatique qui doit, par conséquent, servir à la détermination de l'effet utile de la machine idéale ; si, par contre, la compression du fluide est accompagnée d'une réfrigération, on doit admettre que la machine idéale réalise une transformation isothermique, et c'est cette dernière qui doit intervenir dans la définition du rendement de la machine réelle.

Toutefois, dans ce dernier cas, on peut se poser la question suivante : la réfrigération du fluide comprimé étant fractionnée, doit-on considérer le degré de son fractionnement comme l'une des données du problème, c'est-à-dire comme un élément influençant l'effet utile de la machine idéale ? A cette question, nous répondons négativement. En effet, le principe de la réfrigération étant admis, le choix du nombre de réfrigérants et des dimensions de ceux-ci est laissé à l'appréciation du constructeur, de sorte que si l'opération est insuffisamment fractionnée, cette circonstance doit aussi peu influencer l'effet utile de la machine idéale que, par exemple, la transmission défectueuse de la chaleur ou la perte de charge dues à l'insuffisance des dimensions des réfrigérants. Ajoutons que dans le cas

des turbo-compresseurs, on ne s'occupe généralement pas du rendement propre R du cycle théorique, ni du rendement total $\mathfrak{R}$ du cycle réel, mais uniquement du rendement ρ de la machine proprement dite ; parmi ces trois rendements, les deux premiers ne présentent un intérêt que lorsque le compresseur sert de « pompe à chaleur », c'est-à-dire lorsqu'il est utilisé pour le transport d'énergie thermique d'un certain niveau à un niveau plus élevé (un exemple de cette application des compresseurs est fourni par les machines frigorifiques).

Il n'en est pas de même pour les turbines motrices où la considération des rendements R et $\mathfrak{R}$ joue, au contraire, un rôle très important, particulièrement lorsque le cycle réalisé comporte le réchauffage de l'eau condensée, ou bien une ou plusieurs resurchauffes de la vapeur. Arrêtons-nous sur ces deux derniers cas et admettons que le rendement de la turbine ρ tienne compte de l'effet utile fourni par la vapeur en dehors de la turbine (dans le cas contraire, la détermination de ce rendement ne présente, évidemment, aucune difficulté). Conformément aux considérations précédentes, le rendement thermodynamique ρ peut être exprimé par :

$$\rho = \frac{\mathfrak{R}}{R} = \frac{\text{Rendement thermique du cycle réel}}{\text{Rendement thermique du cycle idéal}}.$$

La valeur du rendement thermique $\mathfrak{R}$, qui est le rendement global de la machine réelle, peut être déterminée facilement en faisant le bilan thermique du cycle, c'est-à-dire en comparant entre elles l'énergie utile fournie par chaque kilogramme de vapeur admis dans la turbine et celle qui est dépensée pour sa production. Mais, en ce qui concerne le rendement R du cycle idéal, on peut se demander, de même que dans le cas d'un compresseur refroidi, si dans son calcul on doit tenir compte du fractionnement de l'opération, ou bien si celle-ci doit être supposée continue. Adoptons d'abord, ainsi que nous l'avons fait dans le cas précédent, ce dernier point de vue ; le terme R exprime alors le rendement d'un cycle décrit par une machine parfaite et comportant, respectivement, un réchauffage continu de l'eau condensée, ou une resurchauffe continue de la vapeur. Le rendement thermodynamique ρ , calculé par cette méthode, tient donc compte non seu-

lement de l'imperfection de la machine réelle, mais aussi de celle du cycle idéal, cette dernière imperfection consistant dans le fractionnement du réchauffage de l'eau ou de la surchauffe de la vapeur. Nous arrivons ainsi à une définition du rendement parfaitement analogue à celle qui est utilisée pour les compresseurs munis d'un dispositif de réfrigération ; toutefois, dans le cas d'une turbine à vapeur, on doit tenir compte de deux considérations supplémentaires, qui diminuent notablement l'intérêt pratique de cette définition. Ces considérations sont les suivantes :

1. Ainsi que nous l'avons déjà signalé, dans l'étude du fonctionnement d'un compresseur, on ne s'occupe généralement pas du rendement propre du cycle réalisé ; on ne peut donc tenir compte de l'imperfection de celui-ci qu'en incorporant la perte qui résulte du fractionnement de la réfrigération dans le bilan général de la machine, ce qui s'obtient en comparant cette dernière à une machine idéale fonctionnant, elle, avec une réfrigération continue. Par contre, dans le cas d'une turbine à vapeur, les considérations relatives à la nature et au rendement du cycle jouent un rôle très important ; l'imperfection du cycle théorique est donc ici facilement mise en lumière, de sorte que les rendements du cycle R et de la turbine ρ peuvent aisément être séparés l'un de l'autre. Or, il est évident que cette séparation permet de mieux apprécier la valeur propre de la machine, indépendamment du cycle thermique qu'elle est appelée à réaliser (1).

2. Si nous examinons le fonctionnement d'un compresseur refroidi, nous constatons que la température du fluide comprimé à l'entrée de chacun des réfrigérants n'exerce aucune influence directe sur la quantité d'énergie absorbée par la machine. En effet, de cette température ne dépend que le débit d'eau nécessaire à l'alimentation du réfrigérant, et la variation de ce débit laisse inchangée la dépense totale d'énergie, — abstraction faite de la puissance, d'ailleurs toujours

(1) Signalons que, quel que soit le degré de fractionnement du réchauffage de l'eau ou de la surchauffe de la vapeur, le rendement R du cycle théorique correspondant peut toujours être déterminé très rapidement à l'aide des formules et diagrammes que nous avons établis dans certaines de nos études antérieures, études que nous avons d'ailleurs mentionnées précédemment.

très faible, prise par la pompe de circulation d'eau. Au contraire, l'état de la vapeur à chacune des phases de l'opération caractérisant le cycle thermique accompli par une turbine motrice exerce une influence directe sur le rendement de ce cycle. Ainsi, si le cycle réalisé comporte un réchauffage de l'eau condensée, la quantité de vapeur prélevée pour l'alimentation de chaque réchauffeur varie en sens inverse de l'enthalpie, donc aussi de la température du fluide à l'endroit où l'on opère le prélèvement. De même, dans le cas du cycle à resurchauffe, la quantité de chaleur dépensée pour cette opération est d'autant plus élevée que la température de la vapeur à l'entrée du resurchauffeur est plus basse. Si, dans tous les cas, il est intéressant de faire ressortir clairement, dans l'expression du rendement, l'effet utile obtenu en dehors de la turbine, cette mise en lumière de l'accroissement d'énergie utilisable présente encore plus d'intérêt lorsque (comme c'est le cas ici) cet accroissement intervient directement dans le bilan thermique du cycle réalisé. Or, l'influence de l'accroissement d'énergie utilisable sur le rendement du cycle ne peut être mise en évidence que si le rendement R du cycle théorique est calculé en tenant compte du degré de fractionnement de l'opération (c'est-à-dire du réchauffage de l'eau ou de la resurchauffe de la vapeur).

Cette dernière considération conduit d'ailleurs à calculer le rendement R en tenant compte non seulement du nombre de phases, mais aussi des pressions correspondant à chacune d'elles, même si ces pressions n'ont pas été choisies de manière à réaliser le rendement maximum. A chacune de ces pressions p' , p'' , p''' , .. $p^{(n)}$, la température de la vapeur dans la turbine réelle sera plus élevée que la température correspondante dans la turbine idéale; le réchauffage dû aux pertes dans la première de ces machines conduit donc à une diminution soit du prélèvement opéré pour l'alimentation des réchauffeurs d'eau, soit de la quantité de chaleur dépensée pour la resurchauffe. Dans les deux cas, le rendement ρ de la turbine se trouve déterminé en tenant compte de l'utilisation réelle de la vapeur admise dans les différents échangeurs thermiques, et non de l'utilisation purement hypothétique qu'on admet implicitement en calculant l'accroissement d'énergie utilisable d'après le théorème de Gouy. Nous trouvons donc ici un exemple d'application des

considérations que nous avons exposées précédemment au chapitre V.

Mais si nous faisons intervenir dans le calcul du rendement ρ l'effet favorable du réchauffage produit par les pertes d'énergie, effet qui atténue l'influence de celles-ci sur la valeur du rendement, nous devons procéder de la même manière lorsque ces pertes produisent, en dehors de la turbine, un effet défavorable ; celui-ci doit donc intervenir dans l'évaluation du rendement au même titre que la portion de l'énergie totale disponible qui n'est pas transformée en travail à l'intérieur de la turbine. Les deux exemples suivants montreront clairement en quoi consiste cet effet défavorable, qui vient aggraver la baisse de rendement due à l'utilisation défectueuse de l'énergie dans la turbine motrice.

Supposons d'abord (ainsi que nous l'avions fait au début de ce chapitre) que la turbine soit prévue pour utiliser une quantité donnée de vapeur par unité de temps ; dans ce cas, la garantie du constructeur précise la puissance mécanique développée par la vapeur sur l'arbre de la turbine, et c'est pour cette puissance qu'est dimensionnée la machine réceptrice que la turbine est destinée à entraîner. Admettons maintenant que, par suite d'un défaut de conception ou d'exécution de la turbine, celle-ci développe, avec le débit de vapeur donné, une puissance inférieure à celle qui était prévue ; la machine entraînée fonctionne alors à charge réduite et, par conséquent, avec un rendement inférieur à celui qui correspond à sa marche normale. Comme cette baisse du rendement de la machine réceptrice est due uniquement à une déficience de la turbine motrice, il est tout naturel que la perte supplémentaire qui en résulte soit imputée à cette dernière et qu'elle figure, par conséquent, dans l'expression de son propre rendement.

Il en est de même lorsque la turbine (que nous supposerons à condensation), au lieu d'être destinée à utiliser un débit de vapeur fixé d'avance, est prévue pour produire une puissance mécanique donnée. Supposons, comme dans l'exemple précédent, que les pertes d'énergie dans la turbine soient supérieures à celles qui étaient prévues, de sorte que la réalisation de la puissance imposée nécessite une consommation de vapeur plus élevée que celle qui a servi de base pour le calcul d'exécution des différentes parties de

l'installation. L'une des conséquences immédiates de cet accroissement de la consommation de vapeur sera une baisse du vide au condenseur, qui entraînera, à son tour, une diminution de la quantité d'énergie dégagée par la détente de chaque kilogramme de vapeur. Ici encore, cette perte supplémentaire qui, tout en ayant lieu en dehors de la turbine, a pour origine un défaut de celle-ci, doit intervenir dans le calcul du rendement ρ de cette machine. Ce rendement doit donc être déterminé en admettant que la turbine idéale fonctionne non pas avec le vide correspondant à la consommation de vapeur réelle de la turbine considérée, mais avec celui qui serait obtenu si cette consommation était conforme aux prévisions.

Ces exemples montrent, en particulier, combien il est important de tenir compte, dans le calcul du rendement, des données exactes du problème; en effet, pour la même turbine, la valeur du rendement, déterminée par cette méthode, peut être différente suivant que les données comportent le débit de vapeur à utiliser ou bien l'énergie mécanique à produire. Cette remarque s'applique d'une façon toute particulière aux turbines à soutirage de vapeur, où la vapeur soutirée est utilisée pour des besoins autres que la réalisation du cycle thermique. Dans ce cas, parmi les données intervenant dans l'expression du rendement, peut figurer, en plus du débit total de vapeur et de la puissance développée, le débit soutiré à la pression imposée par les besoins de chauffage. Bien entendu, les conditions de fonctionnement prévues pour la turbine ne comprennent que deux de ces trois grandeurs, la troisième étant la résultante des deux autres; ces conditions comportent donc, soit la puissance à développer et le débit soutiré, soit le débit soutiré et la consommation totale de vapeur, soit enfin la consommation totale et la puissance. Or, suivant qu'on considère comme donné tel ou tel autre couple de grandeurs, on obtient pour le rendement de la turbine des valeurs différentes, et l'application numérique montre que les écarts entre ces trois valeurs du rendement peuvent parfois être très considérables. Pour déterminer, dans chaque cas particulier, lequel des trois couples de grandeurs doit servir de base pour le calcul du rendement, il suffit d'examiner quelles sont les données exactes du problème que l'installation avait à résoudre, et de bien séparer ces données de

l'effet qui était à obtenir. Le rendement cherché sera alors obtenu en admettant que la turbine idéale fonctionne suivant les mêmes données et en comparant son effet utile à celui qui est fourni par la turbine réelle.

Bien entendu, ce raisonnement est valable également pour les turbines à plusieurs admissions de vapeur, ainsi que pour les compresseurs comportant plusieurs aspirations ou refoulements de fluide, ces refoulements et aspirations étant effectués à des pressions différentes. Mais pour que, dans chacun de ces cas, la valeur du rendement ait un sens précis et univoque, on doit toujours bien indiquer de quelle façon cette valeur a été déterminée ou, en d'autres termes, quelles sont les données ayant servi au calcul d'exécution de la machine. Ce n'est que sous cette condition que le rendement satisfait à sa véritable définition générale, selon laquelle il est le rapport entre deux grandeurs (idéale et réelle), dont la nature physique dépend des données de chaque problème particulier.

RÉSUMÉ

Les principaux résultats auxquels nous sommes arrivé au cours de cette étude peuvent être résumés comme suit.

Dans la partie consacrée aux transformations ayant lieu dans les turbo-machines motrices, nous avons étudié, pour commencer, la détente fractionnée d'un gaz parfait en nous servant, pour cette étude, du diagramme entropique T/S. Nous avons établi ainsi l'expression du coefficient de réchauffage $\mu_{\max}$ correspondant à un nombre infini de cellules, et en avons déduit, à l'aide d'une formule d'interpolation, la relation entre le coefficient μ et le nombre de cellules n .

Appliquant ensuite la même méthode de calcul à l'étude de la détente de la vapeur d'eau surchauffée, nous avons obtenu pour le coefficient de réchauffage μ une expression analogue à celle qui correspond au cas d'un gaz parfait. Mais, contrairement à ce dernier cas, l'expression de μ relative à la vapeur d'eau contient certains coefficients qui, au lieu d'être constants, varient avec la pression et la température de ce fluide. Nous avons donc été amené à représenter ces variations graphiquement, en admettant que la détente adiabatique de la vapeur soit poursuivie jusqu'à la limite de saturation. De plus, nous avons indiqué un artifice de calcul permettant d'utiliser les résultats ainsi obtenus même au cas où la vapeur reste constamment surchauffée au cours de la détente.

Pour passer ensuite au cas de la vapeur saturée, nous avons adopté une méthode de calcul différente qui permet de mieux tenir compte des propriétés physiques de ce fluide, propriétés qui ne peuvent pas être assimilées à celles d'un gaz parfait. Ici encore, nous avons établi une expression donnant le coefficient $\mu_{\max}$ en fonction de l'état initial de la vapeur et de sa température finale, ainsi que du rendement d'étage ρ' . Nous avons d'ailleurs traduit cette expression par un diagramme tracé pour une température finale de 27°C qui correspond aux conditions de fonctionnement réelles de la plupart des turbines à vapeur modernes.

Grâce aux résultats ainsi obtenus, nous avons pu procéder à l'étude des principaux cycles thermiques décrits par la vapeur dans les centrales thermo-

électriques. Le plus simple de ces cycles est celui de Rankine (à vapeur saturée ou surchauffée), et l'expression du coefficient de réchauffage qui lui correspond résulte immédiatement des relations que nous avons établies, d'une part, pour la vapeur surchauffée, et d'autre part, pour la vapeur saturée. Il en est de même pour le cycle à prélèvements de vapeur pour le réchauffage de l'eau condensée; mais ici le phénomène de réchauffage joue encore un rôle particulier, car il exerce une influence non seulement sur le rendement du cycle, mais aussi sur les valeurs optima des températures établies à la sortie des différents réchauffeurs. Nous avons indiqué comment ces valeurs optima peuvent être déterminées sans recourir au calcul complet de la turbine et, de plus, comment on peut fixer *a priori*, pour chaque cas particulier, le gain dû au réchauffage de l'eau. Des résultats semblables ont été obtenus également pour le cycle à resurchauffe, où les relations que nous avons établies permettent de déterminer rapidement aussi bien les valeurs optima des pressions de fonctionnement des différents resurchauffeurs que la valeur correspondante du rendement du cycle thermique.

Après cette étude de l'influence du réchauffage sur les transformations ayant lieu à l'intérieur de la turbine, nous avons examiné les répercussions que ce phénomène peut avoir sur l'utilisation ultérieure de la vapeur d'échappement. Nous avons montré que si une telle utilisation a lieu effectivement, l'influence favorable du réchauffage dû aux pertes doit intervenir dans l'expression du rendement de la turbine, mais que la valeur du gain qui en résulte est subordonnée aux modalités de l'utilisation de l'énergie disponible dans la vapeur sortant de la turbine.

De même que nous l'avions fait pour l'étude des turbo-machines motrices, nous avons commencé celle des machines réceptrices en admettant que le fluide traité soit un gaz parfait. Les relations que nous avons établies permettent de déterminer, pour chaque cas particulier, la valeur du coefficient de réchauffage en fonction du nombre de cellules du compresseur.

De plus, nous avons fait ressortir une différence essentielle entre le fonctionnement d'une cellule de turbine et celui d'une cellule de compresseur, différence qui porte sur la localisation des pertes d'énergie entre les sections d'entrée et de sortie. Ces pertes

n'étant pas, dans le cas d'un compresseur, localisées dans la section de sortie de chaque cellule, l'emploi du rendement polytropique se trouve justifié même pour les machines monocellulaires, et nous avons montré l'utilité de cette notion dans l'étude des turbo-compresseurs, quel que soit leur nombre de cellules.

Passant ensuite à l'étude des transformations ayant lieu dans un compresseur refroidi, nous avons, tout d'abord, réfuté la théorie suivant laquelle cette étude doit être effectuée en admettant que la perte d'énergie due à l'irréversibilité de la transformation soit invariable. Nous avons démontré qu'au lieu de cette perte, c'est le rendement polytropique de la machine qui forme l'invariant permettant de déterminer l'économie résultant de la réfrigération. Sur la base de cette constatation, nous avons établi une expression donnant, en fonction des conditions de fonctionnement du compresseur, le gain maximum qui correspond à une réfrigération continue et parfaite du gaz comprimé. Une autre expression (que nous avons traduite, de même que la précédente, par un diagramme) permet de déterminer, dans chaque cas particulier, le gain relatif en fonction du nombre de réfrigérants et de fixer, par conséquent, l'économie réalisable au moyen d'une réfrigération fractionnée.

Les résultats ainsi obtenus nous ont permis d'établir l'expression du coefficient de réchauffage correspondant à la compression, continue ou fractionnée, de la vapeur d'eau surchauffée. Quant à la compression de la vapeur saturée, le coefficient de réchauffage correspondant à cette opération est donné par une autre expression que nous avons établie également, et qui présente une certaine analogie avec celle que nous avions trouvée, dans la première partie, pour la détente de ce fluide. Pour compléter l'étude de la compression de la vapeur d'eau, nous avons examiné ensuite le fonctionnement d'un compresseur de vapeur muni d'une réfrigération continue ou fractionnée, en nous arrêtant particulièrement sur le cas qui se rencontre le plus souvent dans les applications industrielles, savoir celui où la vapeur aspirée est saturée et sèche.

Dans l'étude des différents problèmes que nous avons rencontrés au cours de ce travail, nous avons utilisé, pour passer de l'opération continue à celle fractionnée, la même méthode de calcul, méthode que nous avons exposée au chapitre I^{er} et qui nous avait déjà

servi dans certains de nos travaux antérieurs. Dans le présent travail, cette méthode a été à la fois étendue à l'étude de quelques problèmes nouveaux et généralisée, car aussi bien pour ces problèmes nouveaux que pour quelques-uns des problèmes anciens, nous l'avons appliquée ici, pour la première fois, à l'étude des transformations réelles, et non seulement des transformations idéales effectuées sans pertes d'énergie. De plus, également pour la première fois, nous avons appliqué cette méthode de calcul à l'étude des transformations thermodynamiques ayant lieu dans les turbo-machines, tandis que dans nos travaux antérieurs, nous nous étions borné à l'étude générale des cycles thermiques.

Enfin, nous avons complété nos recherches relatives à l'évolution des fluides compressibles dans les turbo-machines motrices et réceptrices, par des considérations sur l'influence que les particularités de cette évolution sont susceptibles d'exercer sur la définition du rendement des machines envisagées. Les principes généraux que nous avons exposés dans le dernier chapitre et qui s'appliquent à toutes les turbo-machines, aussi bien motrices que réceptrices, permettront, à notre avis, d'établir pour le rendement, dans chaque cas considéré, une définition claire et précise et d'éviter ainsi la confusion qui règne actuellement dans ce domaine.

Nous osons espérer que, sous ce double aspect, notre travail facilitera la résolution de quelques problèmes relatifs à l'étude des turbo-machines motrices et réceptrices, en même temps qu'il contribuera à l'interprétation correcte du fonctionnement de ces machines et à l'appréciation exacte de leur rendement.

BIBLIOGRAPHIE

- A. RATEAU. — Théorie générale des turbo-machines.
A. STODOLA. — Les turbines à vapeur et à gaz.
CALLENDAR. — Properties of steam and thermodynamic theory of turbines.
H. M. MARTIN. — A new theory of the steam turbine.
W. J. KEARTON. — Steam turbine theory and practice.
E. JOUGUET. — Théorie des moteurs thermiques.
G. BRUHAT. — Cours de thermodynamique.
J. VILLEY. — Les principes des moteurs thermiques (*Mémorial des Sciences Physiques*, fascicule XXVIII). Le rendement des moteurs thermiques (*Mémorial des Sciences Physiques*, fascicule XXXI).
G. DARRIEUS. — Définition du rendement thermodynamique des turbines à vapeur (*R.G.E.* du 21 juin 1930).
C. MONTEIL. — Principes généraux de thermodynamique. Soufflantes et compresseurs centrifuges.
R. B. SMITH. — The calculation of steam turbine reheat factors (*Journal of Applied Mechanics*, December 1938).
C.G. THATCHER. — Reheat factors of expansions of superheated and wet steam (*ibid.*).
P. OSTERTAG. — Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbo-Kompressoren.
W. J. KEARTON. — Turbo-blowers and compressors.
BRUNO ECK W. J. KEARTON. — Turbo-Gebläse und Turbo-Kompressoren.
R. ESNAULT-PELTERIE. — Sur le rendement des machines thermiques (C. R. des séances de l'Académie des Sciences, 21 et 28 juin 1938).
P. CHAMBADAL. — Le fractionnement des transformations et des échanges d'énergie.
— L'intérêt de l'emploi des turbines à vapeur dans différents domaines d'exploitation (*La Technique Moderne*, 1^{er} mars et 1^{er} mai 1937).
— Le cycle thermique, son rendement, ses limites (L'évolution des grandes centrales thermiques, édition *Science et Industrie*).
— Le fractionnement du réchauffage de l'eau d'alimentation des chaudières (*Chaleur et Industrie*, juillet et septembre 1937).
— Le fractionnement de la resurchauffe dans les centrales thermo-électriques (*Chaleur et Industrie*, août et septembre 1938).

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

La mesure des débits de fluides au moyen d'orifices calibrés

Vu et approuvé :

Paris, le 27 mai 1939

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Ch. MAURAIN

Vu

Permis d'imprimer :

Recteur de l'Académie
de Paris.

G. ROUSSY

IMPRIMERIE CHAIX
20, RUE BERGÈRE
PARIS - IX^e
-- 7282-6-39 --
